МАТЕМАТИЧЕСКІЕ ЗНАКИ

и

ФОРМУЛЫ.

РУКОВОДСТВО ДЛЯ НАБОРЩИКОВЪ.

СОСТАВИЛЪ

А. Д. ПУТЯТА,

ПОЧЁТНЫЙ ПОПЕЧИТЕЛЬ ШКОЛЫ ПЕЧАТНАГО ДѢЛА ИМПЕРАТОРСКАГО РУССКАГО ТЕХНИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.

(Вас. Остр., 9 лин., № 12).

1895.

Напечатано по **распоряженію** **Императорскаго** Русскаго Техническаго **Общества.**

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Предназначеніе этой книги указано въ заглавіи, а содержаніе согласовано съ учебнымъ планомъ школы печатнаго дѣла Императорскаго русскаго техническаго Общества, учрежденной въ 1884 году для учениковъ состоящихъ на дѣйствительной работѣ въ типографіяхъ и другихъ заведеніяхъ печатнаго дѣла. Изъ математическихъ наукъ, въ этой школѣ преподается ариѳметика и сообщаются нѣкоторыя свѣдѣнія изъ геометріи, а въ число спеціальныхъ предметовъ включено „Краткое объясненіе смысла знаковъ, употребляемыхъ въ математикѣ, и правила набора формулъ". Цѣль обученія этому послѣднему предмету исключительно утилитарная, а потому, при объясненіяхъ смысла знаковъ моею обязанностью было заботиться не о научной строгости и общности опредѣленій, а объ ихъ простотѣ и краткости: объясненія даны неполныя и одностороннія и, притомъ, въ текстѣ помѣщены лишь тѣ изъ нихъ, которыя существенно необходимы для ознакомленія учениковъ съ внѣшними особенностями того или другого математическаго знака; объясненія менѣе необходимыя, или сколько нибудь сложныя и не соотвѣтствующія подготовкѣ класса къ пониманію ихъ, отнесены къ примѣчаніямъ (подстрочнымъ или напечатаннымъ мелкимъ шрифтомъ въ текстѣ) и предназначены главнымъ образомъ на случай недоразумѣній, могущихъ встрѣтиться въ будущей типографской практикѣ учениковъ.

Цѣль этого „Руководства для наборщиковъ" буду считать достигнутою, если ученики школы печатнаго дѣла извлекутъ изъ него достаточно полное и основательное знаніе правилъ набора математическихъ формулъ и слѣдовательно нѣкоторое, необходимое для предохраненія отъ ошибокъ при наборѣ, искусство читать формулы. Педагогическій персоналъ школы долженъ имѣть въ виду такую служебную роль математической части этого „Руководства“ и согласовать съ нею какъ методъ преподаванія, такъ и требованія отъ учениковъ на урокахъ и на экзаменѣ.

Въ подстрочныхъ примѣчаніяхъ помѣщены также нѣкоторыя краткія объясненія, относящіяся до типографской терминологіи, которая должна быть уже извѣстна ученикамъ. Такія примѣчанія предназначены не для учениковъ школы печатнаго дѣла, а для другого рода читателей, не достаточно знакомыхъ съ типографскою техникою и терминологіею. Если, напримѣръ, книга эта попадетъ въ руки автора, математическое сочиненіе котораго печатается, то она облегчитъ сношеніе съ типографіей, уяснитъ автору что̀ онъ въ правѣ требовать и какія желанія его удобоисполнимы и какія могутъ затруднить типографію или даже оказаться неосуществимыми.

Считаю долгомъ выразить искреннюю признательность Владиміру Францовичу Дрессену, преподавателю техники печатнаго дѣла, за сообщенныя мнѣ замѣчанія, которыми я и воспользовался (въ § 3 — о различныхъ способахъ изображенія римскихъ цыфръ, въ § 5 — объ особомъ условномъ смыслѣ знаковъ препинанія въ цитатахъ, въ § 33 — пояснительный примѣръ и въ приложеніи — наименованія шрифтовъ).

А. Д. Путята.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

I. Цѣлыя числа.

II. Ариѳметическія дроби.

III. Именованныя числа.

IV. Знаки ариѳметическихъ дѣйствій.

V. Геометрическіе знаки.

VI. Алгебраическія числа и формулы.

VII. Тригонометрическія и логариѳмическія формулы.

VIII. Знаки и формулы высшаго математическаго анализа.

IX. О наборѣ сложныхъ формулъ и правила переноса.

X. Форматъ и шрифты.

I. ЦѢЛЫЯ ЧИСЛА.

§ 1. **Различные типы печатныхъ арабскихъ цыфръ.** — § 2. **Изображеніе цѣлыхъ чиселъ; разные способы обозначенія классовъ.** — § 3. **Римскія цыфры.** — § 4. **Церковно-славянскія цыфры.** — § 5. **Главнѣйшія особенности набора цѣлыхъ чиселъ.**

§ 1. Десять знаковъ (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), служащихъ для общепринятаго изображенія чиселъ, называются *арабскими цыфрами*, потому что европейцы узнали ихъ отъ арабовъ, въ тринадцатомъ столѣтіи; но арабы не были изобрѣтателями этихъ цыфръ, а заимствовали ихъ отъ индійцевъ.

По характеру очертанія употребляемыхъ въ печати арабскихъ цыфръ, ихъ можно подраздѣлить на три главныхъ типа.

1. *Старинный* или *нѣмецкій*, почти исключительно до конца прошлаго вѣка бывшій въ общемъ употребленіи; онъ и нынѣ господствуетъ въ нѣмецкой печати, изъ французской почти совершенно исчезъ, а въ русской встрѣчается крайне рѣдко. Цыфры эти имѣютъ слѣдующее очертаніе и относительные размѣры*):

прямыя 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
курсивныя *0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.*

Величина этихъ цыфръ такая же какъ и строчныхъ буквъ текста, такъ что 0, 1 и 2 не выступаютъ ни вверхъ, ни внизъ строки; 3, 4, 5, 7 и 9 оканчиваются почти на столько же *пунктовъ***) ниже, сколько ихъ въ толщинѣ строки; 6 и 8 выступаютъ немного вверхъ, и притомъ 8 оканчивается ниже строки.

2. *Французскій* типъ, введённый въ концѣ прошлаго столѣтія во французской и въ нашей академической печати, представляетъ то видоизмѣненіе стариннаго, что 3, 5 и 8 выступаютъ не внизъ, а вверхъ; слѣдовательно цыфры этого типа имѣютъ слѣдующее очертаніе и относительные размѣры:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Цыфрѣ 3 иногда даютъ такое очертаніе: 3.

---

*) Цыфры эти скопированы съ напечатанной въ 1610 году «*Tychonis Brahe Dani*, Astronomiæ instauratæ progymnasmata. Imprimenbantur Uraniburgæ, prostant Francofurti».

**) Подразумѣваемъ *типографскіе пункты*, которыхъ 27 въ одномъ центиметрѣ.

3. Въ концѣ тридцатыхъ годовъ нынѣшняго вѣка въ нашей академической печати цыфры французскаго типа были замѣнены *новымъ* типомъ, который можно назвать *русскимъ*, такъ какъ онъ мало по малу изгналъ изъ нашихъ типографій другіе типы, а отчасти вошелъ въ употребленіе и въ заграничной печати. Всѣ цыфры этого типа имѣютъ одинаковую *величину* *), а именно (въ обыкновенныхъ шрифтахъ) такую же, или почти такую же, какъ и прописныя буквы того же шрифта **), и ни одна не выступаетъ за нижнюю линію строки.

§ 2. Для изображенія всевозможныхъ чиселъ посредствомъ десяти различныхъ знаковъ назначены неизмѣнныя опредѣлённыя мѣста для различныхъ разрядовъ изображаемаго числа: на первомъ мѣстѣ справа пишутъ *простыя единицы*, на второмъ *десятки (единицы втораго разряда)*, на третьемъ *сотни (единицы третьяго разряда)*, на четвертомъ *тысячи* и т. д. ***).

Многозначныя числа, для удобства чтенія, подраздѣляютъ отъ правой руки къ лѣвой на *классы*, состоящіе изъ трехъ цыфръ; первый классъ не имѣетъ особаго названія, второй классъ — *тысячи*, третій — *милліоны*, четвёртый — *билліоны* или *милліарды* и т. д. Напр. 45,340,257,803 означаетъ 45 билліоновъ 340 милліоновъ 257 тысячъ 803. Объ отдѣленіи классовъ, одинъ отъ другого, запятыми говорится въ учебникахъ ариѳметики и, вѣроятно вслѣдствіе того, у большинства нашихъ авторовъ и издателей укоренился обычай вставлять запятыя между классами. Но

---

*) Величиною или толщиною цыфры или буквы называемъ величину *очка* [то есть выпуклаго изображенія этой цыфры или буквы] отлитой *литеры* и ее не надо смѣшивать съ такъ называемымъ *кеглемъ* [или *толщиною литеры*], опредѣляющимъ размѣръ шрифта; кегль, напримѣръ, можетъ быть 12-ти пунктовый, а очко 4-хъ или 6-ти или 8-ми пунктовое. *Кегль* есть разстояніе между двумя гранями [стѣнками] отлитой литеры [столбика или палочки], изъ которыхъ одна грань соотвѣтствуетъ верхней линіи строки набора, а другая нижней. Самый мелкій шрифтъ имѣетъ кегль 4-хъ пунктовый и называется *діамантъ*, кегль въ 5 пунктовъ называется *перлъ*; оба эти шрифта слишкомъ мелки и потому употребляются лишь въ крайне рѣдкихъ случаяхъ. Кегль въ 6 пунктовъ — *нонпарель*, въ 7 пунктовъ — *миньонъ*, въ 8 пунктовъ — *петитъ*, въ 9 — *боргесъ*, въ 10 — *корпусъ*, въ 11 — *цицеро*, въ 12 — *гробе-цицеро*, въ 14 — *миттель* и т. д. Болѣе крупные шрифты рѣдко встрѣчаются въ текстѣ математической печати.

**) Очко цыфръ бываетъ или различно для каждаго шрифта и тогда оно одинаково съ прописными буквами того же шрифта, или же примѣняютъ одно и тоже очко къ цыфрамъ цѣлой группы шрифтовъ; напримѣръ отливаютъ съ очкомъ въ 5 пунктовъ не только тѣ цифры, которыхъ кегль въ 10 пунктовъ, но и для кегля въ 11 пунктовъ, въ 12, въ 14, а также и цыфры кегля въ 9 пунктовъ и т. п.

***) Изъ этого видно, что если наборщикъ пропуститъ какую нибудь цыфру или вставитъ по ошибкѣ лишнюю, то сдѣлаетъ опечатку болѣе грубую чѣмъ замѣна надлежащей цыфры какою нибудь другою.

объ этихъ запятыхъ упоминается въ учебникахъ только какъ о пособіи для пріобрѣтенія навыка въ чтеніи большихъ чиселъ; этимъ бы и должна ограничиваться ихъ роль въ нашей нумераціи, такъ какъ въ математической печати онѣ безполезны, а для явственнаго различенія классовъ достаточно оставлять небольшіе промежутки*), напримѣръ предъидущее число набрать такъ

45 340 257 803.

Оставленіе небольшихъ промежутковъ между классами должно быть предпочтено запятымъ даже въ популярныхъ книгахъ, или вообще не математическаго содержанія и предназначаемыхъ для читателей мало опытныхъ въ распознаваніи многозначныхъ чиселъ. Эти запятыя неудобны уже потому, что могутъ быть принимаемы за знакъ препинанія и если, напримѣръ, въ одной строкѣ помѣщено рядомъ нѣсколько многозначныхъ чиселъ, то наборщику будетъ необходимо, для устраненія недоразумѣній, замѣнить запятыя между числами другимъ знакомъ препинанія (точкою съ запятой) или же оставлять между числами болѣе или менѣе значительные пробѣлы. Притомъ, запятою принято отдѣлять цѣлую часть числа отъ дробныхъ десятичныхъ разрядовъ, а потому такіе же знаки между классами могутъ служить препятствіемъ къ отличенію цѣлой части числа отъ его дробныхъ разрядовъ.

Междуклассныя запятыя не употребляются уже въ изданіяхъ нашей академіи наукъ; ихъ также нѣтъ, или почти нѣтъ, въ заграничной математической печати; остается только желать скорѣйшаго и окончательнаго изъятія ихъ изъ употребленія.

Нѣкоторые авторы и издатели предпочитаютъ вставлять между классами не запятую, а точку (45.340.257.803). Употребляется также способъ чередованія запятыхъ и точекъ (45,340.257,803 или же 45.340,257.803). Всѣ эти точки и запятыя одинаково безполезны.

---

*) Цѣль эта вполнѣ достигается вставкою при наборѣ *двухпунктовой* или *трехпунктовой шпаціи*. — *Шпаціями* называются поперечныя полоски, шириною отъ *одного* до *пяти* пунктовъ, вставляемыя между литерами *для разбивки набора*; толщина ихъ соотвѣтствуетъ толщинѣ литеръ, такъ что для каждаго кегля имѣются свои шпаціи. Болѣе широкія полоски, служащія для заполненія пробѣловъ, называются *пробѣлами* и *квадратами*; толщина ихъ также одинакова съ толщиною литеръ, то есть съ кеглемъ. *Квадраты* имѣютъ 48 пунктовъ ширины, а вышина ихъ (равно какъ и всѣхъ подобныхъ подложекъ или вставокъ) обыкновенно бываетъ (для каждаго кегля) въ 54 пункта, то есть они на 8 или на 9 пунктовъ ниже литеръ. Квадраты эти называются *полными*. Кромѣ такихъ (полныхъ), бываютъ еще *трехчетвертные* и *половинные квадраты*, то есть-шириною въ 36 пунктовъ и въ 24 пункта. — *Пробѣлы* бываютъ двухъ родовъ: шириною въ кегль, слѣдовательно съ квадратной верхней площадкой, и шириною въ полкегля; первые называются *круглыми*, потому что каждая изъ четырехъ стѣнокъ можетъ быть принята за переднюю, а вторые *полукруглыми*.

§ 3. До введенія въ употребленіе арабскихъ цыфръ система нумераціи была гораздо сложнѣй нынѣшней, а потому и производить дѣйствія надъ числами было не такъ легко какъ теперь. Притомъ у разныхъ народовъ были разныя системы нумераціи: древніе греки изображали числа буквами своего алфавита, у славянскихъ народовъ служили для той же цѣли славянскія буквы *(кириллица* и *глаголица)*, въ западной Европѣ господствовала *римская система нумераціи.* Эта послѣдняя и нынѣ еще несовсѣмъ вышла изъ употребленія: римскими цыфрами обозначаютъ нумера томовъ, главъ, страницы заглавныхъ листовъ и предисловій, а также нумера имёнъ царствующихъ особъ (Іоаннъ IV, Людовикъ XVI и т. под.) и иногда—столѣтій (XIX вѣкъ). Система эта гораздо проще древнегреческой и церковно-славянской, хотя несравненно менѣе нынѣшней удобна для употребленія.

Римскихъ цыфръ, то есть основныхъ знаковъ нумераціи, *семь;* изъ нихъ четыре служатъ для обозначенія единицъ различныхъ разрядовъ:

I (одинъ), X (десять), C (сто), M (тысяча),

а три знака промежуточныхъ:

V (пять), L (пятьдесятъ), D (пятьсотъ).

Для изображенія первыхъ девяти чиселъ служатъ цыфры I, V и X и совершенно подобнымъ же образомъ изображаются десятки посредствомъ X, L и C, а сотни посредствомъ C, D и M, а именно:

I (1), II (2), III (3), IV (4), V (5), VI (6), VII (7), VIII (8), IX (9),
X (10), XX (20), XXX (30), XL (40), L (50), LX (60), LXX (70), LXXX (80), XC (90),
C (100), CC (200), CCC (300), CD (400), D (500), DC (600), DCC (700), DCCC (800), CM (900),

Слѣдовательно младшая цыфра, поставленная слѣва старшей вычитается изъ послѣдней, а поставленная справа — прибавляется.

Для составныхъ чиселъ, т. е. содержащихъ разные разряды, поступаютъ также какъ въ нашей общепринятой нумераціи, т. е. пишутъ отъ лѣвой руки къ правой, начиная съ высшаго разряда. Напримѣръ 1895 надо написать такъ:

MDCCCXCV,

т. е. сперва тысячи (M), потомъ сотни (DCCC), затѣмъ десятки (XC) и наконецъ единицы (V).

Если тысячъ болѣе трехъ, то для изображенія ихъ пишутъ число тысячъ и справа надписываютъ букву *m*; напримѣръ

$\mathrm{CXL}^{m}\mathrm{CCXV}$ означаетъ 140 215.

Древніе римскіе писатели не употребляли вычитанія, а писали чрезъ сложеніе, то есть такъ:

IIII (4), VIIII (9), XXXX (40), LXXXX (90), CCCC (400), DCCCC (900),

но въ позднѣйшихъ учёныхъ трудахъ встрѣчаются и такія цыфры:

IIXX (18, то есть 20−2), IIL (48), IC (99) и т. под.

Англичане, для означенія римскихъ цыфръ, употребляютъ, вмѣсто латинскихъ прописныхъ буквъ, строчныя или капительныя, то есть пишутъ:

i (1), ij (2), iij (3), vj (6), viij (8) xl (40), xlviij (48) и т. п.

Этотъ послѣдній способъ изображенія чиселъ вошёлъ въ общее употребленіе для аптекарскихъ или медицинскихъ знаковъ.

§ 4. Арабскія цыфры введены въ Россіи Петромъ Великимъ, а до того времени у насъ цыфрами служили церковно-славянскія буквы съ поставленнымъ надъ ними *титломъ* ҃. Тѣми же знаками изображаютъ числа и въ нынѣшней церковно-славянской печати.

Основныхъ цыфръ въ славянской нумераціи *двадцать семь;* а именно по девяти цыфръ для единицъ, для десятковъ и для сотенъ. Для тысячъ пользуются тѣми же буквами безъ титла, но съ приставкою слѣва внизу значка ҂. А именно:

а҃ (1), в҃ (2), г҃ (3), д҃ (4), є҃ (5), ѕ҃ (6), з҃ (7), и҃ (8), ѳ҃ (9),

і҃ (10), к҃ (20), л҃ (30), м҃ (40), н҃ (50), ѯ҃ (60), ѻ҃ (70), п҃ (80), ч҃ (90),

р҃ (100), с҃ (200), т҃ (300), ѵ҃ (400), ф҃ (500), х҃ (600), ѱ҃ (700) ѡ҃ (800), ц҃ (900),

҂а (1000), ҂в (2000), ҂г (3000) и т. д.

Въ числахъ отъ 11 до 19 пишутъ единицы лѣвѣе десятка, т. е. а҃і (11), в҃і (12) и т. д. Прочія составныя числа пишутъ тѣмъ же порядкомъ какъ и въ нашей нумераціи, т. е. высшіе разряды лѣвѣе низшихъ, напримѣръ:

ѻ҃а (71), рм҃з (147), ҂гк҃ (3020).

Въ старинныхъ рукописяхъ встрѣчаются еще слѣдующіе знаки для высшихъ разрядовъ:

а... *тма* (10 000), а... *легіонъ* (100 000), а ... *леодръ* (1 000 000),

а... *вранъ* (10 000000), а... *колода* (100 000000), ы ... *тма темъ* (1000 000000).

а также буквы, изображающія числа, безъ титла и съ приставкой съ каждой стороны по точкѣ (·а·)

§ 5. Для набора цѣлыхъ чиселъ не имѣется надобности въ особой цыфирной кассѣ, а можно довольствоваться цыфрами той же *шрифткассы,* которая служитъ для набора текста *). Цыфры эти, отлитыя въ тотъ же кегль какъ и литеры кассы, помѣщаются обыкновенно въ правой половинѣ четвертаго ея ряда.

Число должно быть набрано такъ чтобы оно всё, отъ первой цыфры до послѣдней, вмѣстилось на одной строкѣ, а не раздроблялось переносомъ. Если этого неудобно достигнуть сжатіемъ набора, то надо заключить строку пробѣломъ, а наборъ числа начать со слѣдующей строки **).

При наборѣ цыфрами *порядковыхъ чиселъ* прибавляется окончаніе, между которымъ и послѣднею цыфрою числа вставляется *дефисъ* ***), не отдѣляя его шпаціями; напримѣръ: 21-й, 5-ая и т. п.

Въ нашей печати приставляютъ иногда окончаніе и къ *количественнымъ числамъ*, для указанія падежа, напр. 3-хъ, 5-ти и т. п. Слѣдуетъ однако считать излишними всѣ тѣ приставки окончаній къ числамъ, которыя не необходимы, т. е. отсутствіе которыхъ не введетъ читателя въ недоразумѣніе; напр. вмѣсто: 15-го января, § 10-й, 28-ая стр., 104-ую теорему, можно печатать: 15 января, § 10, стр. 28, теорему 104 и т. под.

Во французской печати установился обычай печатать приставляемыя къ числамъ окончанія мелкимъ шрифтомъ и помѣщать ихъ не въ одну линію съ цыфрами, а вверху, то есть такъ: 1^{er}, 1^{re} (или $1^{ière}$), XI^{e} и т. п.

Въ нѣмецкой печати приставляютъ точку къ послѣдней цыфрѣ порядковаго числа; въ этомъ случаѣ точка служитъ сокращеннымъ знакомъ, замѣняющимъ окончаніе, напримѣръ: 5. Juli, 1. Theil, вмѣсто 5=ten Juli, 1=ten Theil, и т. под. Но если числу *предшествуетъ* его названіе, то приставка точки была бы ошибкой, такъ какъ, по законамъ нѣмецкаго языка, число помѣщенное послѣ своего названія имѣетъ грамматическую форму количественнаго, а не порядковаго числа.

При наборѣ дѣйствій надъ числами (сложенія, вычитанія и др.) надо соблюдать, относительно выравниванія вертикальныхъ рядовъ *(столбцевъ)*,

---

*) Подразумѣваемъ наборъ отдѣльныхъ чиселъ, а не входящихъ въ составъ формулъ. Чтоже касается до этихъ послѣднихъ, то иногда для одной формулы приходится пользоваться цыфрами разныхъ шрифтовъ (одного для *коеффиціентовъ*, другого для *показателей*, третьяго для *указателей* и т. д.).

**) Бываютъ однако, хотя и весьма рѣдко, такіе случаи, когда выполненіе этого правила невозможно, а именно — когда число столь многозначно, что не можетъ вмѣститься въ одной строкѣ. Подобнаго рода многозначность встрѣчается иногда у безконечныхъ десятичныхъ дробей. Напримѣръ, въ такъ называемомъ числѣ π (*пи*), выражающемъ отношеніе окружности круга къ своему діаметру, французскій математикъ конца XVII столѣтія, Ланьи, имѣлъ терпѣніе вычислить 128 десятичныхъ знаковъ, а позднѣйшіе вычислители далеко превзошли это приближеніе, такъ что напр. Шенксъ вычислилъ въ томъ же упомянутомъ числѣ 530 цыфръ.

***) *Дефисомъ* называютъ въ типографіяхъ *соединительный* или *переносный знакъ* (-), ибо онъ же и *раздѣлительный* (divis).

такія же правила какъ и при наборѣ таблицъ, т. е. чтобъ единицы были подъ единицами, десятки подъ десятками и т. д.

На знаки препинанія при цыфрахъ надо обращать тщательное вниманіе, притомъ — нетолько на самые знаки (. , ;), но и на размѣщеніе ихъ, т. е. на число пунктовъ шпаціи, которая должна отдѣлять знакъ отъ цыфры ей предшествующей, а также и на отдѣляющую знакъ отъ числа за нимъ слѣдующаго. Во многихъ случаяхъ, напримѣръ весьма часто въ примѣчаніяхъ, знаки препинанія и ихъ размѣщеніе имѣютъ особый условный смыслъ. Примѣромъ можетъ служить сокращенный наборъ такой цитаты:

«Амміанъ Марцеллинъ, книга 14, глава 8, §§ 7 и 9; и книга 15, глава 6 и § 13 главы 8».

Въ началѣ нынѣшняго столѣтія цитату эту набрали бы такъ:

Amm. Marc., l. XIV, c. 8, §§ 7 & 9 et l. XV, c. 6 et § 13 c. 8.

Въ настоящее время её обыкновенно набираютъ такъ:

Amm. Marc. 14, 8, 7. 9; 15, 6 . 8, 13,

т. е. точка съ запятою служитъ для отдѣленія нумеровъ книгъ, а точка замѣняетъ союзъ *и*, запятая отдѣляетъ нумеръ книги отъ нумера главы и этотъ послѣдній отъ нумера § той же главы. Очевидно, что если бы перемѣшали знаки препинанія и набрали бы, напр., такъ:

Amm. Marc. 14, 8.7, 9.15; 6, 8.13,

то въ этой строчкѣ оказался бы рядъ опечатокъ.

Въ роскошныхъ изданіяхъ стараются избѣгать какъ римскихъ цыфръ, такъ и точекъ, и даже вообще знаковъ препинанія между числами. Поэтому, напримѣръ, въ типографіи Вѣнской Академіи Наукъ набираютъ туже цитату такъ:

Amm Marc **14**||||8,||7||9|||||**15**||||6|||8,||13.

(Всѣ цыфры одного кегля, 14 и 15 нѣсколько крупнѣе и жирнѣе остальныхъ; чёрточки обозначаютъ число пунктовъ разбивки шпаціями).

II. АРИѲМЕТИЧЕСКІЯ ДРОБИ.

§ 6. Правила набора обыкновенныхъ дробей — простыхъ и смѣшанныхъ. § 7. Различные способы набора десятичныхъ дробей. — § 8. Періодическія дроби и несоизмѣримыя числа. — § 9. Непрерывныя дроби, особенности набора и различные виды непрерывныхъ дробей.

§ 6. *Простая* обыкновенная дробь изображается двумя числами *(членами дроби),* раздѣлёнными косвенною или горизонтальною чертою; одно число *(числитель)* пишется надъ чертою, а другое *(знаменатель)* подъ чертою. А именно:

$^1/_2$ или $\frac{1}{2}$ (половина), $^2/_3$ или $\frac{2}{3}$ (двѣ трети) и т. п.

Для дроби съ весьма многозначными членами косая черта неудобна, ибо требуетъ двойнаго мѣста для дроби и нарушаетъ прямолинейность строки; напр. $^{1\,800\,595}/_{4\,660\,211}$ удобнѣе изобразить такъ: $\frac{1\,800\,595}{4\,660\,211}$. Горизонтальная черта одинаково пригодна для всякихъ дробей, но представляетъ нѣкоторыя неудобства при мелкихъ шрифтахъ.

При наборѣ надо обращать вниманіе на симметрическое размѣщеніе членовъ дроби, раздѣлённыхъ горизонтальною чертою, т. е. набирать такъ, чтобъ средина числителя приходилась противъ средины знаменателя; напримѣръ:

$$\frac{1}{25},\ \frac{4}{1127},\ \frac{10}{1249},\ \frac{7}{123},\ \frac{53}{625}\ \text{и т. под.}$$

Для набора дробей имѣются въ типографіяхъ особыя *кассы дробныхъ цыфръ,* содержащія 4 сорта такихъ цыфръ: *кегельныя* и *полукегельныя цыфры-числители* и *цыфры-знаменатели;* въ отдѣлѣ кегельныхъ помѣщаютъ, сверхъ того, *знаки дробленія* (косая черта, отлитая въ томъ же размѣрѣ, т. е. въ цѣлый кегель). При наборѣ кегельными, берутъ сперва *числителя* (который имѣетъ *очко* въ верхней части кегля), потомъ берутъ *косую черту,* а затѣмъ *знаменателя* (очко котораго внизу кегля). Полукегельныя цыфры-числители отлиты какъ обыкновенныя болѣе мелкаго шрифта, котораго кегль составляетъ половину кегля самаго шрифта; цыфры-знаменатели имѣютъ, сверхъ того, надъ своимъ очкомъ *горизонтальную черту.*

Кассы дробныхъ цыфръ принято составлять такъ, чтобы онѣ содержали по два различныхъ шрифта кегельныхъ и полукегельныхъ цыфръ-числителей и цыфръ-знаменателей. Шрифты эти подбираютъ такіе, что если большій соотвѣствуетъ главному шрифту текста книги, то другой будетъ соотвѣствовать болѣе мелкому шрифту примѣчаній. — При весьма мелкихъ шрифтахъ, напр. имѣющихъ въ кеглѣ менѣе 8 пунктовъ, полукегельныя дробныя цифры не удобны.

Смѣшанная дробь состоитъ изъ цѣлаго числа и простой дроби; для набора цѣлаго берутъ цыфры шрифткассы, а для дробной части пользуются кассою дробныхъ цыфръ соотвѣтственнаго шрифта. Слѣдовательно смѣшанная дробь должна имѣть въ печати видъ подобный слѣдующимъ:

$$1^3/_4,\ 25^1/_2,\ 4^{753}/_{1205},\ \text{или}\ 1\tfrac{3}{4},\ 25\tfrac{1}{2},\ 4\tfrac{753}{1205}.$$

Смѣшанная дробь *ни въ какомъ случаѣ* не должна быть раздробляема переносомъ; поэтому, если дробную часть нельзя вмѣстить въ той же строкѣ, въ концѣ которой могла бы быть набрана ея цѣлая часть, и нельзя этого достигуть нѣкоторымъ сжатіемъ строки, то необходимо всю смѣшанную дробь, начиная съ ея цѣлой части, перенести на слѣдующую строку, хотя бы при этомъ пришлось предъидущую строку заключить пробѣломъ.

§ 7. При наборѣ *десятичныхъ дробей* вставляютъ между цѣлымъ числомъ и дробными разрядами запятую, отдѣляя её отъ прилежащихъ къ ней цыфръ однопунктовыми шпаціями. Если десятичная дробь не имѣетъ цѣлой части, то на мѣстѣ единицъ ставятъ нуль; мѣста отсутствующихъ дробныхъ разрядовъ также замѣщаются нулями. Напримѣръ:

$$17{,}603\ \text{означаетъ}\ 17\tfrac{603}{1000}$$

0,00578 означаетъ 5 тысячныхъ 7 десятитысячныхъ и 8 стотысячныхъ.

Вмѣсто запятой можно ставить точку, для отдѣленія цѣлой части отъ дробныхъ разрядовъ. Такой способъ *(нѣмецкій)* весьма часто употребляется въ нашей академической печати и его съ удобствомъ можно предпочесть вышесказанному *(французскому)*.

Въ *англійской* печати и въ *американской* вошло въ обычай, для отдѣленія единицъ отъ десятыхъ долей, вставлять точку не на нижней линіи строки, а выше; напримѣръ такъ:

15˙25 или 15·25.

Этотъ способъ имѣетъ несомнѣнныя преимущества надъ всѣми остальными и вполнѣ устраняетъ смѣшеніе этого знака съ какимъ либо другимъ *).

---

*) Иногда помѣщаютъ такимъ же образомъ не точку, а запятую (15’25) или даже перевёрнутую запятую (15‘25). Слѣдуетъ однако предпочитать *точку*, какъ болѣе удобную для набора и для красоты печати. — На этомъ основаніи, и съ цѣлью содѣйствовать распространенію у насъ наилучшаго способа изображенія десятичныхъ дробей, будемъ пользоваться, въ дальнѣйшихъ §§ этого учебника, *англійскою точкою* для отдѣленія цѣлой части отъ дробныхъ десятичныхъ разрядовъ.

Иногда десятичныя доли изображаютъ болѣе мелкими цыфрами, чѣмъ цѣлую часть, напр. 255,24405. Это можетъ быть допущено въ тѣхъ случаяхъ, когда желаютъ обратить вниманіе читателя на цѣлую часть числа, а приставкѣ дробныхъ разрядовъ придаютъ маловажное значеніе, вообще же этого смѣшенія шрифтовъ надо избѣгать.

Иногда, для болѣе явственнаго отличія дробной части отъ цѣлой, помѣщаютъ десятичныя доли ниже линіи строки ($255,_{03}$), или печатаютъ ихъ жирнымъ шрифтомъ (255,**03**), или болѣе тонкимъ (255,03), или курсивомъ (255,*03*) и т. под. Всѣ эти ухищренія вполнѣ безполезны и только обезображиваютъ печать.

Въ англійской печати часто не ставятъ нуля, для обозначенія отсутствія цѣлой части въ десятичной дроби, т. е. изображаютъ подобную десятичную дробь такъ: •0057, вмѣсто 0•0057. *Эта часть* англійскаго способа изображенія десятичныхъ дробей не заслуживаетъ подражанія, такъ какъ не доставляетъ никакихъ выгодъ, а иногда даже бываетъ неудобна, напр. послѣ знака дѣйствій и въ нѣкоторыхъ другихъ случаяхъ.

§ 8. Не всякая обыкновенная дробь можетъ быть обращена въ десятичную, т. е. выражена *математически точно* конечнымъ числомъ десятичныхъ разрядовъ; въ большинствѣ случаевъ это не выполнимо и получается *безконечная десятичная дробь*, а именно такая, въ которой однѣ и тѣже цыфры повторяются безъ конца, въ одномъ и томъ же порядкѣ. Напримѣръ:

$$\tfrac{2}{3}=0\cdot666\ldots,\ \tfrac{65}{37}=1\cdot756756756\ldots,\ \tfrac{43}{550}=0\cdot07818181\ldots$$

Такія десятичныя дроби называются *періодическими;* повторяющіяся цыфры составляютъ періодъ. Если періодъ начинается съ десятыхъ долей, то дробь будетъ *простая періодическая;* если же періоду предшествуетъ одна или нѣсколько не повторяющихся такимъ образомъ цыфръ, то десятичную дробь называютъ *смѣшанною періодическою.* Изъ вышеприведённыхъ примѣровъ первыя двѣ дроби простыя періодическія, а третья смѣшанная.

Для изображенія періодическихъ дробей вошло въ обычай писать періодъ въ скобкахъ, и только одинъ разъ, т. е. такимъ образомъ:

$$\tfrac{2}{3}=0\cdot(6),\ \tfrac{65}{37}=1\cdot(756),\ \tfrac{43}{550}=0\cdot07(81).$$

(Иногда употребляютъ для такой цѣли жирныя скобки, но этого не слѣдуетъ дѣлать, а напротивъ того — надо выбирать тонкія скобки).

Періодъ можетъ быть весьма многозначенъ; напр. при обращеніи въ десятичную такой несократимой дроби, которая имѣетъ знаменателемъ 89, получится періодъ состоящій изъ 44 цыфръ. Въ подобнаго рода случаяхъ, и во многихъ другихъ, не представляется надобности знать всѣ цыфры періода, ибо весьма отдалённыя отъ запятой десятичныя разряды столь малы, что при вычисленіяхъ могутъ быть отбрасываемы, какъ совершенно безполезныя и такъ-сказать исчезающія по своей малости *). Довольствуются лишь тѣми старшими десятичными разрядами, которые имѣютъ вліяніе на требуемую точность приближенія.

*) Величины десятичныхъ разрядовъ быстро уменьшаются съ отдаленіемъ отъ запятой вправо, такъ что напр. седьмыя десятичныя разряды, т. е. *десяти-милліонныя доли единицы,*

Если требуемая степень точности вычисленій дозволяетъ ограничиться первыми четырьмя десятичными разрядами (т. е. *десятитысячными долями единицы),* то вышеприведённыя періодическія дроби могутъ быть изображены въ такомъ видѣ:

$$\tfrac{2}{3} = 0{\cdot}6666\ \ldots, \quad \tfrac{65}{37} = 1{\cdot}7567\ \ldots, \quad \tfrac{43}{550} = 0{\cdot}0781\ \ldots$$

Всякая періодическая дробь можетъ быть обращена въ обыкновенную, но безконечныя десятичныя дроби могутъ быть и не періодическія; таковыя уже не могутъ быть обращены въ обыкновенныя дроби и принадлежатъ къ категоріи такъ называемыхъ *несоизмѣримыхъ чиселъ*, не могущихъ быть выраженными (математически точно) никакими долями единицы, но *вычислимыя по приближенію* съ какою угодно степенью точности. — Извѣстно множество различныхъ родовъ несоизмѣримыхъ чиселъ. Одно изъ замѣчательнѣйшихъ есть отношеніе окружности круга къ своему діаметру (о нёмъ было упомянуто въ примѣчаніи къ § 5); его съ древнихъ времёнъ обозначаютъ греческою строчною буквою π и оно выражается такою безконечною дробью: *)

$$\pi = 3{\cdot}14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 50288\ 41971\ldots.$$

§ 9. Кромѣ обыкновенныхъ и десятичныхъ, весьма часто встрѣчаются такъ-называемыя *періодическія дроби.* Простѣйшая и наиболѣе употребительная періодическая дробь имѣетъ числителемъ единицу, а знаменателемъ цѣлое число съ дробью, у которой числитель также единица, а знаменатель цѣлое число съ дробью, и т. д. Напримѣръ:

$$\cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$$

Для правильнаго и во всѣхъ отношеніяхъ безукоризненнаго набора непрерывной дроби, надо соблюдать слѣдующія условія: знакъ + должно помѣщать такъ, чтобы его горизонтальная черта была противъ средины предшествующаго ему цѣлаго числа и на одной линіи съ горизонтальною чертою слѣдующей за нимъ дроби, а вертикальная черта на одной вертикальной линіи съ единицею; притомъ + долженъ быть достаточно отдѣленъ отъ предъидущей цыфры и отъ *острой линейки*, служащей для отпечатанія горизонтальной черты, (напр. трехпунктовыми шпаціями); острая линейка должна быть достаточной длины, чтобъ покрыть всего соотвѣтствующаго ей знаменателя.

уже столь мелки, что если за единицу принять версту, то онѣ будутъ менѣе третьей части одного типографскаго пункта.

*) Въ весьма многозначныхъ десятичныхъ дробяхъ оставляютъ пробѣлы послѣ каждыхъ пяти цыфръ, считая вправо отъ запятой.

Такой наборъ представляетъ нѣкоторое затрудненіе, состоящее въ томъ, что литеры и вставки, служащія для выравниванія и закрѣпленія, не могутъ вмѣщаться въ горизонтальныя строки и наборъ, для того чтобъ быть правильнымъ, долженъ принимать *ступенчатый видъ*. Затрудненіе это вполнѣ устраняется, если непрерывную дробь изобразить въ одномъ изъ слѣдующихъ двухъ видовъ:

$$\cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}} \quad \text{или} \quad \cfrac[l]{1}{10 + \cfrac[l]{1}{3 + \cfrac[l]{1}{2 + \cfrac[l]{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$$

Сверхъ того, для уменьшенія растянутости набора въ вертикальномъ направленіи, надо выбирать острыя линейки возможно болѣе тонкія, а слѣдовательно и такіе же тонкія *шпоны* для *разрядки* тѣхъ же строкъ *), служащія какъ бы продолженіемъ тѣхъ же острыхъ линеекъ. Для той же цѣли, т. е. для вертикальнаго сжатія надо набирать такими цыфрами которыхъ очко почти вплотную прилегаетъ къ передней и задней стѣнкамъ литеры (всего удобнѣе для этого полукегельные цыфры-числители изъ кассы дробей).

Хотя наборъ непрерывной дроби въ одномъ изъ послѣднихъ ея видовъ несравненно удобнѣе, чѣмъ въ первомъ видѣ, но онъ не удовлетворяетъ всѣмъ условіямъ правильности и изящества изображенія непрерывной дроби, а потому въ роскошныхъ изданіяхъ, и вообще когда требуется тщательность математическаго набора, надо руководствоваться вышеприведёнными правилами набора непрерывной дроби въ первомъ изъ указанныхъ ея видовъ.

Иногда, для уменьшенія мѣста, занимаемаго непрерывною дробью въ вертикальномъ направленіи, изображаютъ её въ такомъ видѣ:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}$$

но этого не слѣдуетъ допускать, такъ какъ для сжатаго изображенія непрерывныхъ дробей имѣются другіе способы, не сопряженные ни съ какимъ её обезображиваніемъ, а именно: можно числителей *(единицу)* не писать вовсе, а однихъ только знаменателей, т. е. такъ:

$$(10 . 3 . 2 . 1 . 2)$$

---

*) ***Шпонами*** называютъ продольныя пластинки, толщиной отъ 1 до 4 пунктовъ, вставляемыя между строками набора; болѣе толстыя разъединительныя пластинки называются ***реглетами***. Разъединеніе строкъ шпонами или реглетами называется ***разрядкой***.

Непрерывныя дроби могутъ быть и *безконечныя* *) — *періодическія* и *неперіодическія*, напримѣръ

$$\sqrt{29} = 5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}}}$$

Въ этой дроби послѣ знаменателя 10 повторяются предъидущіе знаменатели въ томъ же порядкѣ: 2, 1, 1, 2, 10 и такъ далѣе, безъ конца.

Кромѣ этихъ простѣйшихъ или ариѳметическихъ непрерывныхъ дробей, встрѣчаются въ высшихъ частяхъ математики и такія, которыхъ числители не всѣ равны единицамъ, и вообще различные болѣе сложные виды непрерывныхъ дробей. Напримѣръ **):

$$\cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{25}{2 + \cfrac{49}{2 + \cfrac{81}{2 + \cfrac{121}{2 + \text{etc.}}}}}}}}$$

$$\cfrac{1}{1 + \cfrac{\frac{1}{3}}{1 + \cfrac{\frac{4}{3 \cdot 5}}{1 + \cfrac{\frac{9}{5 \cdot 7}}{1 + \cfrac{\frac{16}{7 \cdot 9}}{1 + \cfrac{\frac{25}{9 \cdot 11}}{1 + \text{etc.}}}}}}}$$

*) Всякая конечная непрерывная дробь можетъ быть обращена въ обыкновенную, напр. предъидущая равна $\frac{27}{278}$. Обратно, всякая обыкновенная дробь можетъ быть обращена въ конечную непрерывную; слѣдовательно всякая безконечная непрерывная дробь принадлежитъ къ категоріи *несоизмѣримыхъ чиселъ*.

**) Первыя двѣ изъ этихъ непрерывныхъ дробей служатъ для выраженія $\frac{1}{4}\pi$; третья $=$ числу e, основанію такъ называемыхъ *неперовыхъ логарифмовъ*.

$$1+\cfrac{1}{1-\cfrac{\frac{1}{2}}{1+\cfrac{\frac{1}{2.3}}{1-\cfrac{\frac{1}{2.3}}{1+\cfrac{\frac{1}{2.5}}{1-\cfrac{\frac{1}{2.5}}{1+\text{etc.}}}}}}}$$

Соотвѣтственно тому или другому виду непрерывныхъ дробей, должны различаться и правила ихъ набора; очевидно, напримѣръ, что дробные числители ($\frac{1}{3}$, $\frac{4}{3.5}$, $\frac{9}{5.7}$ и т. д. во второй; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2.3}$, $\frac{1}{2.5}$ и т. д. въ третьей непрерывной дроби) должны быть набраны шрифтомъ болѣе мелкимъ, чѣмъ тѣ цѣлыя единицы, къ которымъ они присоединены знаками $+$ или $-$.

III. ИМЕНОВАННЫЯ ЧИСЛА.

§ 10. **Различные способы обозначенія наименованій.**—§ 11. **Сокращенные знаки нѣкоторыхъ наименованій.**

§ 10. Составныя именованныя числа иногда изображаютъ ввидѣ суммы, т. е. отдѣляютъ разноимённыя части знакомъ $+$, напримѣръ:

5 пуд. $+$ 25 фунт. $+$ 20 лот. $+$ 2 зол.

Но этотъ способъ умѣстенъ только въ учебникахъ ариѳметики, при изложеніи правилъ дѣйствій; вообще же знакъ $+$ отбрасывается и составное число изображаютъ такъ:

5 пуд. 25 фунт. 20 лот. 2 зол.

Въ нашей (русской) печати принято помѣщать наименованія въ уровень со строкою и набирать такимъ же шрифтомъ какъ и текстъ; въ иностранной печати, въ особенности во французской, предпочитаютъ помѣщать наименованіе *на верхней линіи строки* и набирать мелкимъ шрифтомъ, т. е. такъ: $5^{\text{пуд.}}\ 25^{\text{фунт.}}\ 20^{\text{лот.}}\ 2^{\text{зол.}}$. Первый способъ удобнѣе для наборщика, а второй имѣетъ преимущество сжатости и выразительности изображенія составного числа; сжатость можетъ быть еще болѣе увеличена отбрасываніемъ точекъ и, если нѣтъ повода опасаться неясности, то можно ограничиться однѣми первыми буквами наименованій, т. е. набирать такъ:

$5^{\text{п}}\ 25^{\text{ф}}\ 20^{\text{л}}\ 2^{\text{з}}$.

Если именованное число выражено десятичной дробью и наименованія помѣщаютъ на верхней линіи строки, то его мѣсто не за послѣднею цыфрою десятичной дроби, а между цѣлою и дробною частями*), напримѣръ:

$1325^{\text{кв. с}}{\cdot}53$, а не $1325{\cdot}53^{\text{кв. с.}}$

Но если наименованіе помѣщается въ уровень со строкою, то слѣдуетъ поступать наоборотъ, т. е. изображать число такъ:

1325·53 кв. с., а не 1325 кв. с·53;

тѣмъ же правиломъ надо руководствоваться относительно наименованій смѣшанныхъ обыкновенныхъ дробей, то есть:

$52\frac{1}{2}^{\text{п}}$, а не $52^{\text{п}}\frac{1}{2}$.

---

*) Правило это соблюдается въ иностранной печати, но наши авторы и издатели не привыкли руководствоваться имъ; поэтому печатаютъ у насъ, напримѣръ: $10{\cdot}003''$ вмѣсто $10''{\cdot}003$ и т. п., а это почти равносильно ошибкѣ.

Помѣщеніе наименованій на верхней линіи можно предпочесть набору ихъ въ уровень со строкой, но при этомъ необходимо удовлетворять условію, чтобы шрифтъ наименованій былъ мельче шрифта текста и чтобы не нарушалось равенство разстояній между строками и прямолинейность набора; если же окажется неудобнымъ удовлетворить этимъ условіямъ, то надо помѣстить наименованія въ уровень со строкой.

Въ метрической системѣ мѣръ, для составленія различныхъ наименованій, прибавляютъ къ названію основной единицы слова: *дека* (означающее 10), *гекто* (100), *кило* (1000), *миріа* (10000), *деци* ($\frac{1}{10}$), *центи* или *санти* ($\frac{1}{100}$), *милли* ($\frac{1}{1000}$); вслѣдствіе этого наименованія дѣлаются многосложными: *декаметръ*, *миллиметръ*, *килограммъ*, *гектолитръ* и т. под. Для достиженія сжатости набора такихъ наименованій (или по крайней мѣрѣ тѣхъ изъ нихъ, которыя чаще прочихъ встрѣчаются въ печати) достаточно обозначать ихъ двумя буквами: *km* (километръ), *kg* (килограммъ), *cm* (центиметръ), *mm* (миллиметръ), *mg* (миллиграммъ) *); напримѣръ:

$$15^{\text{km}}.03\ ,\quad 0^{\text{mg}}.1$$

изобразятъ $15\frac{3}{100}$ километра, $\frac{1}{10}$ миллиграмма и т. п.

Для квадратныхъ и кубическихъ мѣръ можно рекомендовать такое сокращеніе наименованій: *кв. с* (квадратная сажень), *кб. с* (кубическая сажень), *кв. ф* (квадратный футъ) и т. под. **). Такой же способъ сокращеній удобенъ для составныхъ наименованій, употребляемыхъ въ механикѣ и другихъ прикладныхъ математическихъ наукахъ; напримѣръ, единицу работъ, или такъ называемый *пудо-футъ* ***), можно изображать двумя буквами, раздѣлёнными точкой, то есть такъ: *п.ф;* французскую единицу работъ — килограммо-метръ можно изобразить чрезъ *kg.m.* Напримѣръ:

$$1705^{\text{п.ф}}25,\quad 1705^{\text{kg.m}}25$$

означаютъ 1705·25 пудо-футъ, 1705·25 килограммо-метровъ. При этомъ, для большаго удобства и красоты набора, можно отбрасывать точку, служащую для отдѣленія цѣлой части десятичной дроби отъ десятыхъ долей, въ томъ случаѣ—когда наименованія помѣщаютъ на верхней линіи строки, ибо это отбрасываніе точки не повлечетъ за собой никакихъ недоразумѣній для читателя.

---

*) Для метрическихъ наименованій надо предпочитать латинскія буквы русскимъ, т. е. километръ изображать чрезъ *km*, а не чрезъ *км*, и т. под.

**) Для квадратныхъ мѣръ употребляютъ иногда знакъ □, вмѣсто слова *квадратный*, но это не доставляетъ никакихъ выгодъ, сравнительно съ знакомъ *кв.*

***) *Пудо-футъ* значитъ количество работы, потребное для поднятія одного пуда на высоту равную одному футу. *Килограммо-метръ* количество работы, потребное для поднятія одного килограмма на высоту равную одному метру.

§ 11. Для нѣкоторыхъ наименованій приняты особые сокращенные знаки, а именно:

Градусы, минуты и секунды обозначаютъ значками: °, ′, ″, напримѣръ 15°45′20″3 означаетъ уголъ или дугу въ 15 градусовъ 45 минутъ и 20·3 секунды.

Для избѣжанія сбивчивости между дѣленіями *угла* или *дуги* и дѣленіями *часа*, въ особенности въ астрономическихъ и геодезическихъ книгахъ, не слѣдуетъ употреблять значковъ ′ и ″ для *минутъ* и *секундъ времени*, т. е. 3 часа 25 минутъ 15 секундъ надо изобразить такъ:

$$3^ч25^м15^с, \text{ а не } 3^ч25'15''.$$

Значокъ ° употребляютъ не только для изображенія градусовъ угла или дуги, но и для другого рода градусовъ, напр. *температуры.* При этомъ иногда, для указанія по какому термометру измѣряютъ температуру (по *Реомюру*, или *Цельзію*, или *Фаренгейту*), приставляютъ буквы R, или C, или F; сверхъ того, температуру ниже нуля отличаютъ знакомъ — *(минусъ)* отъ температуры выше нуля. Напримѣръ: 10° R или + 10° R значитъ 10 градусовъ тепла по термометру Реомюра, — 10° R означаетъ 10 градусовъ мороза по тому же термометру, а 10° C значитъ 10 градусовъ тепла по Цельзіеву термометру, и т. под.

Значки, подобные градусамъ, минутамъ и секундамъ, употреблялись также для означенія *саженъ*, *футъ*, *дюймовъ* и *линій;* въ такомъ случаѣ ихъ надо подчеркивать, но въ нынѣшней печати это вывелось изъ употребленія и сажени, футы, дюймы и линіи обозначаютъ начальными буквами: *с*, *ф*, *д*, *л*.

Для *аптекарскаго* или *медицинскаго вѣса* *) приняты слѣдующіе знаки:

℔ или ℔ — *фунтъ*, ℥ — *унція*, ʒ — *драхма*, ℈ — *скрупулъ*, gr — *гранъ*.

Число единицъ такого вѣса обозначаютъ римскими цыфрами, поставленными правѣе знака наименованія, причемъ пользуются не прописными латинскими буквами, для обозначенія цыфръ, а строчными, какъ было уже сказано въ § 3. Половину изображаютъ греческою буквою β (строчная *бета*). Напримѣръ:

℈j — одинъ скрупулъ, gr viij β — 8½ гранъ и т. под.

---

*) Аптекарскій фунтъ имѣетъ 84 золотника и дѣлится на 12 унцій, унція содержитъ 8 драхмъ, драхма = 3 скрупуламъ, скрупулъ = 20 гранамъ.

IV. ЗНАКИ АРИѲМЕТИЧЕСКИХЪ ДѢЙСТВІЙ.

§ 12. Знаки первыхъ четырехъ дѣйствій, равенства и неравенствъ; обозначеніе процентовъ и промиллей. — § 13. Скобки. — § 14. Показатель степени и знакъ радикала.

§ 12. Знакъ сложенія $+$ *(плюсъ)*, напр. $5 + 8 + 1\frac{3}{4}$ изображаетъ сумму трехъ слагаемыхъ.

Знакъ вычитанія — *(минусъ)*, напр. $10 - 4$ изображаетъ разность или остатокъ отъ вычитанія 4 изъ 10.

Знакъ умноженія $\times$ или точка, напр. 8×7 или 8.7 означаетъ произведеніе 8 на 7.

Знакъ дѣленія двоеточіе, напр. $72 : 8$ означаетъ, что 72 требуется раздѣлить на 8.

Всякая дробь можетъ быть разсматриваема какъ частное, получаемое отъ дѣленія числителя на знаменателя; на этомъ основаніи можно вмѣсто двоеточія употреблять другой знакъ дѣленія, а именно, результатъ дѣленія можно изображать въ видѣ дроби, у которой числитель есть данное дѣлимое, а знаменатель данный дѣлитель. Напримѣръ $88 : 13$ можно изобразить чрезъ $\frac{88}{13}$.

(Точка и двоеточіе, употребляемыя какъ знаки дѣйствій, должны быть жирнаго шрифта).

Для обозначенія *цѣлой части частнаго* *) и остатка, получаемыхъ отъ дѣленія одного числа на другое, употребляютъ иногда знаки E и R, т. е. начальныя буквы словъ: *entier* (цѣлое) и *reste* (остатокъ). Напримѣръ:

$\mathrm{E}\frac{88}{13}$ изображаетъ цѣлую часть частнаго отъ дѣленія 88 на 13,

$\mathrm{R}\frac{88}{13}$ изображаетъ остатокъ отъ того же дѣленія.

Равенство обозначаютъ знакомъ $=$. Напримѣръ:

$$5 + 8 + 1\frac{3}{4} = 14\frac{3}{4},\quad 10 - 4 = 6,\quad 8 \times 7 = 56,\quad 72 : 8 = 9,$$

$$\frac{88}{13} = 6\frac{10}{13},\quad \mathrm{E}\frac{88}{13} = 6,\quad \mathrm{R}\frac{88}{13} = 10 \text{ и т. п.}$$

---

*) Подъ словомъ «частное» иногда подразумѣваютъ *полное частное*, а иногда только цѣлую его часть. Напримѣръ, полное частное отъ дѣленія 88 на 13 есть смѣшанная дробь $6^{10}/_{13}$, но можно также назвать *частнымъ* число 6 и говорятъ: «въ частномъ получается 6 и въ остаткѣ 10».

Для неравенствъ служатъ знаки: $>$ *(болѣе)* и $<$ *(менѣе)*, напр.

$$5 + 8 + 1\tfrac{3}{4} > 14, \quad 5 + 8 + 1\tfrac{3}{4} < 15.$$

Знакъ неравенства долженъ быть обращенъ отверстіемъ къ тому числу, которое болѣе и долженъ удовлетворять условію симметріи обѣихъ косвенныхъ чертъ относительно средины толщины строки. Этого знака не надо смѣшивать съ знакомъ $\angle$, употребляемымъ въ геометріи для изображенія угловъ.

Иногда употребляютъ такіе знаки: $\not>$, $\not<$, $\neq$, замѣняющіе слова: *неболѣе, неменѣе, неравно;* но въ большинствѣ случаевъ предпочитаютъ двойные знаки: $\leqslant$, $\geqslant$, $\gtrless$, выражающіе тоже что и предъидущіе и замѣняющіе слова: *менѣе или равно, болѣе или равно, болѣе или менѣе.* (Эти послѣдніе можно изобразить такъ:- $\underline{\angle}$, $\underline{\searrow}$, $\gtreqless$).

Проценты обозначаютъ знакомъ %, напр. 5% значитъ 5 процентовъ (приростъ или прибыль и т. п. *пяти единицъ на сто).* Иногда считаютъ *промилли,* т. е. приростъ *на тысячу;* знакъ промиллей $^{00}/_{00}$, напр. $4^{00}/_{00}$ значитъ 4 единицы на 1000 единицъ.

§ 13. *Скобки* при ариѳметическихъ дѣйствіяхъ употребляются исключительно лишь для указанія порядка дѣйствій. Напримѣръ:

$$(7 + 8 + 9) - (10 - 6)$$

означаетъ, что изъ суммы трехъ чиселъ (7, 8 и 9) надо вычесть разность (10 — 6). Чтобы показать, что сумму чиселъ 7 и 8 требуется умножить на сумму другихъ двухъ чиселъ 10 и 6, пишутъ:

$$(7 + 8) \times (10 + 6).$$

При отсутствіи скобокъ предполагается, что дѣйствія должны быть произведены въ томъ именно порядкѣ въ какомъ они написаны, съ тѣмъ лишь исключеніемъ, что знаки + или — отдѣляютъ части дѣйствій, такъ что всё предшествующее напримѣръ знаку + разсматривается какъ одно слагаемое, а всё за нимъ слѣдующее какъ другое слагаемое. Поэтому $7 + 8 \times 10 + 6$ изобразитъ сумму трехъ слагаемыхъ 7, 8×10 и 6.

Иногда употребляютъ скобки разнаго вида. Напр. выраженіе

$$\Bigg(\Big((8+15) - (8+5)\Big) \times (10-7)\Bigg) : \Big((25+5) : (20-5)\Big)$$

можетъ быть изображено, для устраненія неясности отъ сочетанія нѣсколькихъ скобокъ, въ такомъ видѣ:

$$\Bigg\{\Big[(8+15) - (8+5)\Big] \cdot (10-7)\Bigg\} : \Big[(25+5) : (20-5)\Big]$$

Знаки + или — между числами внутри скобокъ слѣдуетъ не отдѣлять отъ этихъ чиселъ шпаціями, а набирать вплотную; но тѣже знаки съ внѣшней стороны скобокъ отдѣляютъ отъ скобокъ двухпунктовыми шпаціями.

§ 14. Къ числу ариѳметическихъ дѣйствій присоединяютъ, кромѣ четырехъ вышесказанныхъ, еще два, а именно: *возвышеніе въ степень* и *извлеченіе корней.*

Возвышеніе въ степень, т. е. умноженіе числа на самого себя нѣсколько разъ, изображаютъ надписываніемъ *показателя* надъ *возвышаемымъ числомъ*, обозначающаго сколько разъ это число должно быть взято множителемъ*). Напримѣръ 10^5 изображаетъ *пятую степень* числа 10, то есть

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000.$$

Извлеченіе корня, т. е. нахожденіе такого числа, которое, будучи умножено само на себя данное число разъ, доставило бы въ произведеніи данное число**), изображаютъ посредствомъ знака $\sqrt{}$ или $\sqrt{\;\;}$, называемаго *радикаломъ;* этотъ знакъ пишутъ съ лѣвой стороны того числа изъ котораго надо извлечь корень, и которое поэтому называется *подкоренною величиною*, а надъ его отверстіемъ надписываютъ *показателя радикала*, означающаго какая степень искомаго числа должна быть равна подкоренной величинѣ. Напримѣръ

$$\sqrt[3]{}125 \text{ или } \sqrt[3]{125}$$

изображаетъ *кубическій корень* (или *корень третьей степени*), изъ 125. Чтобъ выразить, что искомое число есть 5 (ибо $5 \times 5 \times 5 = 125$), пишутъ

$$\sqrt[3]{125} = 5.$$

Если къ знаку радикала присоединена горизонтальная черта, то ея длина должна соотвѣтствовать подкоренной величинѣ, т. е. черта эта должна быть надъ всѣми цыфрами подкоренной величины.

Если показатель корня 2, то его не пишутъ; поэтому, напримѣръ $\sqrt{}\,16$ означаетъ *квадратный корень* изъ 16.

---

*) Нѣкоторымъ степенямъ даны особыя названія, а именно: вторая степень называется *квадратомъ*, третья — *кубомъ*; напр. 4 квадратъ 2-хъ, 8 кубъ 2-хъ. Четвертую степень иногда называютъ *биквадратомъ*.

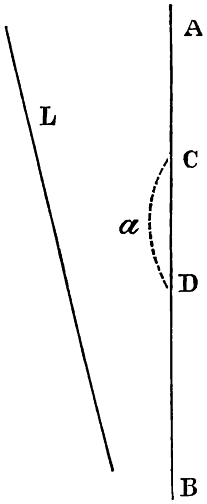
**) Въ большинствѣ случаевъ бываетъ невозможно извлечь (*математически точно*) корень изъ даннаго числа, т. е. оказывается, что нѣтъ такого числа, которое бы по возвышеніи въ заданную степень доставило подкоренную величину. Напримѣръ, нельзя извлечь математически точно квадратный корень изъ 2, ибо нѣтъ числа, котораго квадратъ былъ въ точности равенъ 2. Во всѣхъ подобныхъ случаяхъ искомый корень будетъ *несоизмѣримое число* и можетъ быть *вычисленъ по приближенію* съ какою угодно *степенью точности* Этого рода несоизмѣримыя числа (т. е. квадратные корни изъ неполныхъ квадратовъ, кубическіе корни изъ неполныхъ кубовъ и т. под.) называются *ирраціональными числами.*

V. ГЕОМЕТРИЧЕСКІЕ ЗНАКИ.

§ 15. Обозначеніе точекъ, линій, угловъ, треугольниковъ и другихъ фигуръ. — § 16. Знаки параллельности, перпендикулярности, подобія и равенства. — § 17. Изображеніе дѣйствій надъ геометрическими величинами.

§ 15. *Точки* обозначаютъ буквами и говорятъ: *точка A, точка B* и т. п.

Прямую линію обозначаютъ двумя буквами, или одною буквою, и говорятъ: *прямая AB, разстояніе CD, отрѣзокъ a, прямая L* и т. п.



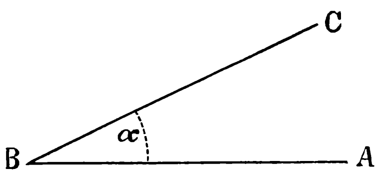
Иногда различаютъ *направленіе линій;* приэтомъ если линія обозначена двумя буквами, то направленіе указывается порядкомъ размѣщенія буквъ. Напр. CD изображаетъ направленіе отрѣзка линіи AB, считаемое отъ точки C къ D (въ данномъ случаѣ сверху внизъ); если подразумѣваютъ противоположное направленіе (снизу вверхъ), то тотъ же отрѣзокъ долженъ быть названъ DC, т. е. буквы должны быть перемѣщены.

Если отрѣзокъ обозначенъ одною буквъ, напр. a, то одно направленіе обозначается знакомъ $+$ и принимается за *положительное*, а другое знакомъ $-$ и считается *отрицательнымъ*, такъ что говорятъ:

$$CD = +a,\ DC = -a.$$

Уголъ изображаютъ или одною буквою *(вершиною)* или тремя, причемъ средняя должна обозначать вершину, т. е. такъ:

$$\angle B, \text{ или } \angle ABC, \text{ или } \angle CBA,$$



гдѣ $\angle$ есть *знакъ угла.* Или же обозначаютъ уголъ одною буквою, помѣщенною внутри угла, и въ такомъ случаѣ знака $\angle$ побольшей части не пишутъ. Если, напримѣръ, данный уголъ содержитъ $23°\ 20'$, то пишутъ:

$$\angle ABC = 23°20' \quad \text{или} \quad \alpha = 23°20'$$

Иногда вмѣсто знака $\angle$ употребляютъ такой: $\widehat{\ }$, и помѣщаютъ надъ буквами обозначающими уголъ. Этотъ знакъ по преимуществу употребляется въ тѣхъ случаяхъ, когда желаютъ изобразить уголъ составляемый двумя *непересѣкающимися линіями* или, вообще, находящимися въ разныхъ плоскостяхъ. Напр. $\widehat{AB, CD}$ изобразитъ уголъ или *взаимное наклоненіе* двухъ линій, изъ которыхъ одна обозначена чрезъ AB, а другая чрезъ CD; если каждая изъ линій обозначена одною буквою, напр. K и L, то образуемый или уголъ можно изобразить чрезъ $\widehat{K, L}$ или же $\angle (K, L)$. *).

Треугольникъ обозначаютъ знакомъ $\triangle$, напр. $\triangle ABC$ означаетъ треугольникъ, имѣющій точки A, B, C своими *вершинами*. Подобнаго рода знаки употребляются иногда и для другихъ фигуръ. Напримѣръ:

▭ — *прямоугольникъ*, □ — *квадратъ*, ⏢ — *трапеція*, ⧈ — *кубъ* и т. п.

§ 16. *Параллельность* обозначаютъ чрезъ $\parallel$, *перпендикулярность* $\perp$; напримѣръ $AB \parallel CD$, $MN \perp PQ$ изображаетъ, что линія AB параллельна линіи CD, а линія MN перпендикулярна къ PQ.

Подобіе фигуръ обозначаютъ знакомъ $\sim$ или $\backsim$; напр. $\triangle ABC \sim \triangle abc$ читается такъ: треугольникъ ABC подобенъ треугольнику abc. Если фигуры не только подобны, но и равны, то это изображаютъ иногда двойнымъ знакомъ $\cong$, напримѣръ: $\triangle ABC \cong \triangle abc$.

Для геометрическихъ обозначеній пользуются по преимуществу буквами латинскаго алфавита и по преимуществу курсивными (прописными и строчными).

§ 17. Для изображенія дѣйствій надъ геометрическими величинами служатъ обыкновенные знаки ариѳметическихъ дѣйствій. Напр. если точка C лежитъ на линіи AB между A и B, то зависимость между отрѣзками AB, CB и AC можетъ быть выражена равенствами:

$$AC + CB = AB,\quad AB + BC = AB - CB = AC \text{ и т. п.}$$

Произведеніе двухъ линій $(BA \times BC)$ выражаетъ площадь прямоугольника, у котораго одна изъ этихъ линій составляетъ высоту, а другая основаніе.

Площадь квадрата, построеннаго на линіи AB изображаютъ чрезъ AB^2; объёмъ куба, построеннаго на той же линіи AB, выразится формулой AB^3 и т. п.

Иногда, для большей ясности, проводятъ *горизонтальную черту* надъ буквеннымъ выраженіемъ линіи, напр. $\overline{AB} \times \overline{CD}$, $\overline{AB}^2$, $\overline{AB}^3$ и т. под.

---

*) Угломъ двухъ непересѣкающихся линій (AB и CD) называется тотъ уголъ, который образуется если изъ какой нибудь точки пространства будутъ проведены двѣ линіи, изъ которыхъ одна параллельна AB, а другая проведена параллельно CD.

VI. АЛГЕБРАИЧЕСКІЯ ЧИСЛА И ФОРМУЛЫ.

§ 18. **Изображеніе алгебраическихъ чиселъ; значки и указатели, различные способы набора указателей.** — § 19. **Формулы; коеффиціенты и показатели, правило набора показателей.** — § 20. **Отрицательныя числа; нуль и безконечность.** — § 21. **Многочлены.** — § 22. **Знакъ пропорціональности; пропорціи и прогрессіи.** — § 23. **Знакъ равноостаточности; символическое обозначеніе произведенія ряда натуральныхъ чиселъ; обозначеніе суммы ряда послѣдовательныхъ значеній формулы и произведенія такого ряда.**

§ 18. Алгебраическія или общія числа обозначаютъ буквами и говорятъ: число a, число b и т. п.; подъ этими a, b и т. п. могутъ подразумѣваться какія угодно ариѳметическія числа, извѣстныя или неизвѣстныя, произвольныя или удовлетворяющія какимъ либо условіямъ. По преимуществу пользуются буквами латинскаго и греческаго алфавитовъ, но употребляютъ также нѣмецкія (готическія и въ особенности прописныя), а иногда и русскія.

Буквы, изображающія числа, должны явственно отличаться отъ литеръ текста своимъ очертаніемъ; поэтому строчныя буквы печатаютъ почти всегда курсивомъ, но прописныя предпочитаются прямого шрифта или же капительныя *). Иногда одною и тою же буквою, напр. прописнымъ A, изображаютъ различныя количества; тогда, для устраненія неясности, даютъ этой буквѣ разныя очертанія:

$$\mathrm{A} \quad \mathbf{A} \quad A \quad \mathcal{A} \quad \boldsymbol{\mathfrak{A}} \quad \boldsymbol{\mathfrak{A}} \quad \mathfrak{A} \quad \text{и т. п.}$$

Наборщикъ долженъ тщательно соблюдать всѣ эти различія.

Ни въ какомъ случаѣ не слѣдуетъ смѣшивать буквъ разныхъ алфавитовъ; приэтомъ часто встрѣчается большое затрудненіе относительно греческаго прописного Z, почти вовсе не отличающагося отъ латинскаго Z, а потому слѣдовало бы принять за общее правило — отливать для математическаго набора греческое прописное Z такого очертанія: Z. (Для этой буквы различіе очертаній разныхъ алфавитовъ болѣе важно чѣмъ для всѣхъ остальныхъ, такъ какъ часто встрѣчается совмѣстное употребленіе

---

*) Въ этомъ отношеніи алгебраическіе буквенные знаки не сходствуютъ съ геометрическими, такъ какъ для послѣднихъ предпочитаютъ, какъ было выше сказано (§ 16), прописныя курсивныя буквы.

латинскихъ X, Y, Z и греческихъ Ξ, Υ, Z въ одной и той же формулѣ или на одномъ и томъ же чертежѣ).

Часто надъ буквами ставятъ особыя значки (*указатели*, index, indices), а именно — ударенія или нумера вверху (indices supérieurs), или же нумера внизу (indices inférieurs *); напримѣръ:

$$a', \ a'', \ a'''; \ a^{(1)}, \ a^{(2)}, \ a^{(3)}; \ a_1, \ a_2, \ a_3, \ldots .$$

Если *надстрочные значки* состоятъ изъ удареній или римскихъ цыфръ, то ихъ пишутъ безъ скобокъ, то есть такъ:

$$x', \ y'', \ z''', \ u^{IV}, \ v^{V}, \ldots ;$$

если же эти значки суть арабскія цыфры или буквы, то ихъ необходимо заключать въ скобки **), т. е. изображать такъ:

$$x^{(1)}, \ y^{(2)}, \ z^{(3)}, \ u^{(n)}, \ v^{(n+1)}, \ldots .$$

Подстрочные указатели иногда бываютъ двойные, напр. встрѣчаются нерѣдко такія формулы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{1\cdot1} & a_{1\cdot2} & a_{1\cdot3} & \ldots & a_{1\cdot i} & \ldots & a_{1\cdot n-1} & a_{1\cdot n} \\ a_{2\cdot1} & a_{2\cdot2} & a_{2\cdot3} & \ldots & a_{2\cdot i} & \ldots & a_{2\cdot n-1} & a_{2\cdot n} \\ a_{3\cdot1} & a_{3\cdot2} & a_{3\cdot3} & \ldots & a_{3\cdot i} & \ldots & a_{3\cdot n-1} & a_{3\cdot n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{k\cdot1} & a_{k\cdot2} & a_{k\cdot3} & \ldots & a_{k\cdot i} & \ldots & a_{k\cdot n-1} & a_{k\cdot n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n\cdot1} & a_{n\cdot2} & a_{n\cdot3} & \ldots & a_{n\cdot i} & \ldots & a_{n\cdot n-1} & a_{n\cdot n} \end{vmatrix}$$

Между указателями можно вставлять или запятую или точку, но иногда не раздѣляютъ двойныхъ указателей никакимъ знакомъ препинанія, а пишутъ:

$$a_{11}, \ a_{12}, \ldots \text{ вмѣсто } a_{1,1}, \ a_{1,2}, \ldots$$

---

*) ***Надстрочныя знаки*** (цыфры или буквы) называютъ въ типографіяхъ ***знаками на верхней линіи строки***; такое же названіе примѣняютъ къ показателямъ. ***Подстрочныхъ указателей*** называютъ ***знаками на нижней линіи строки***.

) Если надстрочная цыфра или буква написана безъ скобокъ, то она уже будетъ не ***указатель*, служащій для различенія двухъ значеній одной и той же буквы, а знакъ дѣйствій надъ этой буквой, именно — ***показатель степени*** (о которомъ было упомянуто въ § 14); напримѣръ a^4 означаетъ не a съ указателемъ или нумеромъ 4, а четвертую степень числа a, то есть $a \times a \times a \times a$. — Исключеніе изъ этого правила, относительно заключки надстрочныхъ указателей въ скобки, допускается лишь въ томъ случаѣ когда буква и ея указатель употреблены какъ ***символъ*** какого нибудь особеннаго дѣйствія. Напримѣръ A^3_2 принято для символическаго изображенія числа всевозможныхъ ***размѣщеній*** (т. е. группъ) трехъ ***элементовъ*** (буквъ, чиселъ или вообще какихъ нибудь предметовъ) взятыхъ ***по два***; подробнымъ же образомъ A^m_n означаетъ число всѣхъ размѣщеній изъ m элементовъ, взятыхъ по n въ каждомъ размѣщеніи, и т. под.

Это исключеніе знака препинанія не всегда, однако, бываетъ удобно; оно заставляетъ надчеркивать или отличать какимъ нибудь другимъ способомъ такихъ, напримѣръ, двучленныхъ указателей какъ $\overline{n-1}$ въ вышеприведённой формулѣ *).

При наборѣ указателей, цыфирныхъ или буквенныхъ, надо соблюдать правило, чтобъ они были явственно мельче тѣхъ буквъ, которымъ служатъ указателями и, какъ составляющіе неотъемлемую часть этихъ буквъ, были бы вплотную приставлены къ нимъ. Но это весьма важное правило рѣдко соблюдается въ нашей печати; даже въ нашихъ академическихъ изданіяхъ указатели лишаютъ часто формулы того изящнаго вида, который онѣ имѣютъ въ нѣкоторыхъ заграничныхъ книгахъ. По большей части поступаютъ такъ: для цыфирныхъ указателей пользуются цыфрами-числителями и цыфрами-знаменателями, отлитыми *въ цѣлый кегль* того же шрифта которымъ ведутъ наборъ *главныхъ буквъ* формулы **), а для буквенныхъ указателей и для скобокъ надстрочныхъ указателей имѣются, въ типографіяхъ болѣе или менѣе приспособленныхъ къ печатанію математическихъ книгъ, отлитыя такимъ же образомъ (т. е. во весь кегль) литеры, скобки и нѣкоторые другіе знаки на верхней части кегля, а также и отлитыя на нижней части кегля. Такой способъ набора весьма удобенъ для наборщика, но не удовлетворяетъ условію ясности и красоты математической печати: во 1-хъ, очко дробныхъ кегельныхъ цыфръ не менѣе очка строчныхъ литеръ того же шрифта, а подобнымъ же образомъ отлитыя буквы хотя и менѣе отлитыхъ на срединѣ кегля, но не настолько чтобъ удовлетворять вышесказанному условію явственнаго различія; во 2-хъ, при совмѣстности подстрочныхъ и надстрочныхъ указателей, которые нибудь (въ большинствѣ случаевъ надстрочные) окажутся чрезмѣрно удалёнными отъ своей буквы.

Для устраненія этихъ недостатковъ, наборщику слѣдуетъ брать для указателей литеры и скобки не изъ того шрифта которымъ ведутъ наборъ главныхъ литеръ формулы, а изъ болѣе мелкаго. Наиболѣе удобенъ для

---

*) Встрѣчаются и такія формулы, въ которыхъ буквы имѣютъ по 3 и болѣе указателей. Иногда бываютъ у одной и той же буквы совмѣстно надстрочные и подстрочные указатели, напримѣръ:

$$C_5^{(3)} \;,\; \omega_{j,k}^{(p-1)} \;,\; \text{и т. под.}$$

Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, весьма впрочемъ рѣдко, указатели бываютъ замѣнены другого рода знаками; напримѣръ:

$$\dot{\alpha} \;,\; \ddot{\alpha} \;,\; \dddot{\alpha} \;;\; (a) \;,\; ((a)) \;;\; [a] \;,\; \boxed{a} \;;\; \bar{u} \;;\; \mathring{\Xi} \;\; \text{и т. п.}$$

**) *Главною буквою* называемъ ту, которой принадлежитъ упомянутый знакъ (т. е. служитъ ея указателемъ).

этого № 6 *(нонпарель)* *): при наборѣ шрифтомъ № 12, по преимуществу употребляемымъ для формулъ, нонпарелевая литера будетъ занимать ровно половину кегля, слѣд. вполнѣ соотвѣтствуетъ ему при совмѣстности надстрочныхъ и подстрочныхъ указателей, а если указатель только одинъ, то остающееся свободное мѣсто заполнится подложкою (столбикомъ безъ очка) изъ того же № 6; при наборѣ шрифтомъ № 10, или № 9, или № 8, подложки для нонпарелевыхъ указателей будутъ болѣе тонкія (въ 4 пункта, или въ 3, или въ 2), а при совмѣстности надстрочныхъ и подстрочныхъ указателей будутъ оставаться выступы съ каждой стороны главной литеры (т. е. вверху и внизу — въ 1 пунктъ, или въ $1\frac{1}{2}$, или въ 2), которые заполнятся надлежащею разрядкою по всей длинѣ строки. Для петита можно бы замѣнять нонпарелевыя указатели болѣе мелкими, изъ шрифта № 5 или № 4, но они утомляютъ зрѣніе читателя и отчетливая отливка ихъ затруднительна, а потому ихъ слѣдуетъ употреблять лишь въ исключительныхъ случаяхъ **). Наборъ указателей со скобками значительно облегчается, если въ типографіи имѣются уже готовые такіе указатели, т. е. отлитыя цыфры и буквы въ скобкахъ.

§ 19. Дѣйствія надъ алгебраическими числами обозначаются также какъ и надъ ариѳметическими. Напримѣръ:

$a + b$ *(сумма)* , $a - b$ *(разность)* , $a \times b$ или $a . b$ *(произведеніе),*

$a : b$ или $\frac{a}{b}$ *(частное* или *алгебраическая дробь* или *отношеніе числа а къ числу b),*

a^2 , a^5 , a^n *(степени числа а — вторая, пятая, энная),*

$\sqrt{a}$, $\sqrt[5]{a}$, $\sqrt[n]{a}$ *(корни изъ а — квадратный, пятый* или *пятой степени, энный)*

Но знакъ умноженія между буквами почти никогда не пишется, а только подразумѣвается ***), такъ что вмѣсто $a \times b$ пишутъ ab; слѣдовательно:

$$abc = a \times b \times c\ ,\ (a+b)(c-d) = (a+b) \times (c-d)$$

---

*) Для сокращенія рѣчи, шрифты называютъ по нумерамъ, обозначающимъ число пунктовъ въ ихъ кеглѣ, такъ что № 6 значитъ шестипунктовый шрифтъ, т. е. нонпарель.

**) Въ этомъ и во многихъ другихъ случаяхъ весьма пригодны литеры *съ нонпарелевымъ очкомъ отлитыя на кегль № 4.*

***) Знака умноженія не пишутъ во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда опущеніе этого знака не произведетъ никакихъ недоразумѣній. Поэтому, напримѣръ, пишутъ

$$3\sqrt{5}\ ,\ 5a \quad \text{вмѣсто} \quad 3 \times \sqrt{5}\ ,\ a \times 5.$$

Но очевидно, что нельзя обозначить произведеніе двухъ ариѳметическихъ чиселъ безъ знака умноженія, или пропустить этотъ знакъ въ геометрической формулѣ $\overline{AB} \times \overline{CD}$.

Двоеточіе весьма рѣдко употребляется, какъ знакъ алгебраическаго дѣленія, и почти исключительно лишь въ учебникахъ начальной алгебры. Его обыкновенно замѣняютъ горизонтальною чертою, т. е. разсматриваютъ частное какъ алгебраическую дробь; числитель и знаменатель такой дроби могутъ быть также дробные, напримѣръ пишутъ:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\,,\quad \frac{\frac{ab+cd}{a-c}}{\frac{ab-cd}{b+d}}\,,\ \text{вмѣсто}\ \frac{a}{b}:\frac{c}{d}\,,\ \frac{ab+cd}{a-c}:\frac{ab-cd}{b+d}\,,\ \text{и т. п.}$$

Равенства и неравенства изображаютъ соотвѣтствующими знаками, указанными выше (§ 12).

Формулою наз. выраженіе математическими знаками тѣхъ дѣйствій, которыя надо произвести надъ данными числами для полученія разультата. Слѣдовательно $a+b$, $a-b$, $ab, \ldots$ суть формулы.

Алгебраическое выраженіе не содержащее знака $+$ или $-$ называется *одночленомъ* или *одночленною формулою,* напримѣръ; a, $3a$, $2a^2b$, $\frac{cd}{p}$ и т. п.

Численный множитель одночлена *(коеффиціентъ)* пишется лѣвѣе всѣхъ буквенныхъ множителей; напримѣръ $3a$ имѣетъ коеффиціентъ 3, $2a^2b$ имѣетъ коеффиціентъ 2. Коеффиціентъ 1 не пишется, но подразумѣвается; слѣдовательно одночленъ a имѣетъ своимъ коеффиціентомъ единицу *). Коеффиціенты могутъ быть и дробные, напримѣръ:

$$\tfrac{1}{3}a,\quad 0{\cdot}0375\,x^2y \quad \text{и т. п.}$$

Показатели также могутъ быть дробные и тогда они выражаютъ совокупность двухъ дѣйствій: извлеченіе корня, обозначаемое знаменателемъ, и возвышеніе въ степень, указываемое числителемъ **). Напримѣръ:

$$10^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{10^2}=\sqrt[3]{100}\ ,\ a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}\ ,\ x^{0.1}=\sqrt[10]{x}$$

---

*) Очевидно, что $3a=a+a+a=a\times 3$, $2a^2b=a^2b+a^2b=a^2b\times 2$ и т. п.

**) *Дробные показатели* введены на слѣдующемъ основаніи. Если подкоренная величина полная степень искомаго корня, то для полученія требуемаго результата достаточно раздѣлить показателя подкоренной величины на показателя радикала; напр. для извлеченія квадратнаго корня изъ 10000, т. е. изъ 10^4, достаточно раздѣлить 4 (показателя подкоренной величины) на показателя радикала, т. е. на 2, такъ что

$$\sqrt{10^4}=10^{\frac{4}{2}}=10^2=100\,,$$

таким же образомъ получимъ: $\sqrt[3]{a^9}=a^{\frac{9}{3}}=a^3$ и т. под.

Это правило алгебра обобщаетъ, т. е. распространяетъ его и на тотъ случай когда показатель подкоренной величины не дѣлится безъ остатка на показателя корня; поэтому пишутъ:

$$a^{\frac{n}{m}}\ \text{вмѣсто}\ \sqrt[m]{a^n}\,.$$

Относительно показателей надо соблюдать при наборѣ формулъ тоже правило, которое было предложено въ предъидущемъ параграфѣ относительно указателей, т. е. *показатели должны быть мельче буквъ, надъ которыми поставлены.* Если буква имѣетъ показателя, которому предшествуетъ надстрочный указатель, то послѣднiй долженъ быть не на одной линiи съ первымъ напримѣръ:

$$\mathcal{A}'^{2},\ \mathfrak{B}''^{3},\ x^{(1)_2},\ b^{(n)_p},\ \text{и т. п.}$$

Если соблюдены эти правила, то наборъ будетъ удовлетворять условiю ясности, а если притомъ показатели отличаются отъ указателей шрифтомъ, то наборъ будетъ даже изящнымъ.

Для набора показателей можно рекомендовать такое сочетанiе шрифтовъ: петитъ для № 12 и № 11 и миньонъ (№ 7) для № 10 и № 9; если, сверхъ того, набирали указателей нонпарелью, то всё требуемое для правильности и красоты набора будетъ выполнено. Если главныя буквы набираютъ петитомъ, то и тогда, при совмѣстности показателей съ надстрочными указателями, надо взять для показателей № 7, а для указателей № 6; если же надстрочныхъ указателей нѣтъ, а только показатели, то для нихъ слѣдуетъ предпочесть № 6. — Вообще при наборѣ формулъ въ примѣчанiяхъ или въ мелкомъ шрифтѣ весьма трудно, и не столь необходимо какъ при крупныхъ шрифтахъ, соблюдать явственное различiе между размѣрами буквъ и принадлежащихъ имъ надстрочныхъ и подстрочныхъ знаковъ.

Особенную трудность представляетъ наборъ показателей въ тѣхъ случаяхъ, когда они выражены фомулою; о наборѣ такого рода формулъ будетъ сказано въ § 32.

§ 20. Алгебра значительно расширяетъ понятiе о числѣ и, кромѣ обыкновенныхъ или такъ-называемыхъ *положительныхъ чиселъ*, вводитъ имъ противоположныя или *отрицательныя*, которыя будучи прибавлены уменьшаютъ итогъ, а будучи вычтены увеличиваютъ; поэтому имъ присвоиваютъ знакъ вычитанiя *(минусъ)* и считаютъ ихъ *меньшими нуля* и уменьшающимися по мѣрѣ возрастанiя ихъ абсолютной величины *), то есть пишутъ:

$$-5 < 0,\quad -5 > -6 \quad \text{и т. под.}$$

---

*) *Отрицательное число* можетъ быть представлено въ видѣ суммы отрицательныхъ единицъ или частей отрицательной единицы, а *отрицательною единицею* наз. такую, которая въ совокупности съ положительною единицею доставляетъ въ итогѣ нуль, напр.

1 рубль барыша + 1 рубль убытка = 0
1 рубль выигрыша + 1 рубль проигрыша = 0 и т. под.

Слѣдовательно $(+1)+(-1)=0$, $\quad -3=(-1)+(-1)+(-1)$ и т. под.
Отрицательныя числа употребляются въ всѣхъ тѣхъ случаяхъ когда надо указать противоположность, напр. число градусовъ тепла и число градусовъ мороза, движенiе прямое и возвратное, приходъ и расходъ и т. п. При помощи отрицательныхъ чиселъ можно обозначать остатокъ (или вѣрнѣе — недостатокъ) отъ вычитанiя большаго числа изъ меньшаго;

Положительнымъ числамъ приписываютъ знакъ $+$, или только подразумѣваютъ его.

При обозначеніяхъ дѣйствій надъ отрицательныти величинами ихъ заключаютъ въ скобки, напримѣръ:

$$a+(-b)=a-b,\ a-(-b)=a+b,\ a(-b)=-ab,\ (-a)(-b)=+ab$$

Отрицательые показатели имѣютъ особое значеніе *), выражаемое формулою: $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$. Поэтому напримѣръ:

$$5a^{-2}=\frac{5}{a^2},\quad (K\alpha\beta^2\gamma)^{-1}=\frac{1}{K\alpha\beta^2\gamma},\quad x^3z^{-5}=\frac{x^3}{z^5},\quad \text{и т. п.}$$

Показатель можетъ быть даже *нулевой* *), и значеніе такого показателя выражается формулой: $a^0=1$.

При выводѣ алгебраическихъ формулъ заботятся весьма часто о возможно большей общности этихъ формулъ, т. е. о томъ, чтобы буквенныя количества выражали какое угодно число: цѣлое или дробное, соизмѣримое или несоизмѣримое, положительное или отрицательное и т. п.; поэтому принимаютъ во вниманіе не только тотъ случай когда алгебраическое число равно нулю, но и тотъ когда оно *безконечно велико* **).

Для изображенія *безконечно большого* числа, т. е. преполагаемаго бо́льшимъ всякаго числа, употребляютъ знакъ ∞. (Его не надо смѣшивать съ знакомъ $\sim$, служащимъ для означенія *подобія* геометическихъ фигуръ). Встрѣчаются, слѣдовательно, такія формулы:

$$\frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ \frac{0}{\infty},\ \frac{\infty}{0},\ 0^{\infty},\ \infty^{0},\ \infty^{\infty},\ \infty\pm\infty \text{ и т. п.}$$

При наборѣ формулъ $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, и другихъ подобнаго рода, не должно употреблять косой черты такъ какъ $\%$ есть знакъ *процентовъ*, а не дробь

напр. разность $5-8$, невозможная въ смыслѣ ариѳметическомъ, считается возможною въ смыслѣ алгебраическомъ, т. е. разсматривается какъ совокупность 5 положительныхъ и 8 отрицательныхъ единицъ, а слѣдовательно въ результатѣ остается 3 отрицательныхъ единицы: $5-8=-3$.

*) *Показатели отрицательные* и *нулевые* вошли въ употребленіе на слѣдующемъ основаніи. Для раздѣленія степени какого нибудь числа на степень того же числа достаточно вычесть показателя дѣлителя изъ показателя дѣлимаго; напр. если дѣлимое 100000, т. е. пятая степень числа 10, а дѣлитель 1000, т. е. кубъ тогоже числа, то въ частномъ должно получиться 10 въ степени $5-3$, а именно 10^2, такъ что

$$10^5:10^3=10^{5-3}=10^2=100\ \text{, и вообще } 10^m:10^n=10^{m-n}.$$

Эту формулу обобщаютъ и распространяютъ на тѣ случаи когда показатель дѣлителя болѣе показателя дѣлимаго или равенъ ему, и говорятъ что $10^3:10^5=10^{3-5}=10^{-2}$, $10^3:10^3=10^{3-3}=10^0$; между тѣмъ въ первомъ случаѣ частное будетъ $\frac{1000}{100000}=\frac{1}{100}=\frac{1}{10^2}$ во второмъ $\frac{1000}{1000}=1$, а потому 10^{-2} означаетъ ни что иное какъ $\frac{1}{10^2}$, а 10^0 равно 1, и вообще $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, $a^0=1$.

**) *Безконечно большихъ чиселъ*, также какъ и *безконечно малыхъ*, несуществуетъ; тѣмъ не менѣе знакъ ∞ и термины: *безконечно большое число*, *безконечно малое* употребляются въ математикѣ для краткости рѣчи и для удобства соображеній.

имѣющая числителя и знаменателя равными нулямъ. Вообще, косая черта не примѣняется къ изображенію алгебраическихъ дробей.

§ 21. Нѣсколько одночленовъ, соединённыхъ знаками $+$ или $-$, составляютъ *многочленъ;* напримѣръ $2a^2x + 3ab - ab^3x^2 + x^3$ многочленъ, состоящій изъ *четырехъ* членовъ.

Если нѣсколько членовъ заключены въ скобки, то ихъ слѣдуетъ считать за одночленъ, т. е. подразумѣвать подъ ихъ совокупностью результатъ, который получится по производствѣ обозначенныхъ дѣйствій; напр. $A + (B + C)D$ надо разсматривать какъ двучленъ, котораго первый членъ A, а второй равенъ произведенію разности $B - C$ на количество D.

Коеффиціенты членовъ могутъ быть не только численные, но и буквенные; въ такомъ случаѣ ихъ обыкновенно обозначаютъ прописными буквами. Напримѣръ:

$$Ax^3 + 3Bx^2y + 3Cxy^2 + Dy^3 + Ex^2 + 2Fxy + Gy^2 + Hx + Iy + J$$

многочленъ, состоящій изъ 10 членовъ, коеффиціенты которыхъ суть: A, $3B$, $3C$, D, E, $2F$, G, H, I, J.

Коеффиціенты могутъ быть многочленные, обозначенные скобками. Напримѣръ:

$$5x^4 + (2a - b)x^3 + (3a^2 - ab + 2b^2)x^2 + (5a^3 + a^2b - 2ab^2 - b^3)x - a^4$$

многочленъ, состоящій изъ пяти членовъ, расположённыхъ по *нисходящимъ* степенямъ буквы x и имѣющій своими коеффиціентами:

$$5,\ 2a - b,\ 3a^2 - ab + 2b^2,\ 5a^3 + a^2b - 2ab^2 - b^3,\ -a^4$$

Послѣдній членъ, т. е. $-a^4$, можетъ быть разсматриваемъ какъ коеффиціентъ нулевой степени буквы x, ибо $x^0 = 1$.

Иногда такіе члены, т. е. имѣющіе многочленные коффиціенты, изображаютъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$\begin{array}{rr|lrr|lrr|ll}
5x^4 & +\ 2a & x^3 & + & 3a^2 & x^2 & + & 5a^2 & x & -\ a^4 \\
 & -\ b & & - & ab & & + & a^2b & & \\
 & & & + & 2b^2 & & - & 2ab^2 & & \\
 & & & & & & - & b^3 & &
\end{array}$$

§ 22. Для изображенія взаимной *пропорціональности* двухъ (или болѣе) количествъ употребляется знакъ $::$; напр.

$$\mathfrak{A} :: \mathfrak{B}$$

означаетъ что $\mathfrak{A}$ пропорціонально $\mathfrak{B}$, т. е. что съ увеличеніемъ одного изъ этихъ количествъ и другое должно увеличиться во столько же разъ.

Если a, b, c, d удовлетворяютъ равенству $a : b = c : d$, то говорятъ, что эти четыре количества составляютъ *геометрическую пропорцію;* иногда пропорцію пишутъ въ такомъ видѣ: $a : b :: c : d$, т. е. знакъ $=$ замѣняютъ знакомъ $::$, но въ большинствѣ случаевъ предпочитаютъ изображать пропорцію въ видѣ равенства дробей, т. е. такъ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Рядъ чиселъ, идущихъ въ такомъ порядкѣ, что разность между каждыми двумя смежными (послѣдующимъ и предъидущемъ числомъ) одна и таже для всѣхъ *членовъ* этого ряда, составляетъ *ариѳметическую прогрессію.* Если разность положительная, то прогрессія будетъ *возрастающая*, а если разность отрицательная, то прогрессія *убывающая.* Ариѳметическая прогрессія изображается такъ:

$$\div\, 5 \,.\, 15 \,.\, 25 \,.\, 35 \,.\, 45 \,.\, 55 \,.\, 65$$

Эта прогрессія возрастающая, состоящая изъ 7 членовъ, разность $= 10$. Если напишемъ тѣ же члены въ обратномъ порядкѣ, т. е. такъ:

$$\div\, 65 \,.\, 55 \,.\, 45 \,.\, 35 \,.\, 25 \,.\, 15 \,.\, 5,$$

то прогрессія будетъ убывающая, которой разность $= - 10$.

Если первый членъ a, разность r, то прогрессія будетъ такая:

$$\div\, a \,.\, a + r.\ a + 2r.\ a + 3r. \,.\,.\,.\,.\ a + (n-1)\, r,$$

состоящая изъ n членовъ.

Простѣйшій примѣръ ариѳметической прогрессіи представляетъ слѣдующій безконечный рядъ:

$$\div\, 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5 \,.\, 6 \,.\, 7 \,.\, 8 \,.\, 9 \,.\, 10 \,.\, 11 \,.\,.\,.\,.$$

называемый рядомъ *натуральныхъ чиселъ.*

Рядъ чиселъ такихъ, что отношеніе послѣдующаго къ своему предъидущему одно и тоже для всѣхъ членовъ ряда, составляетъ *геометрическую прогрессію.* Отношеніе послѣдующаго члена къ своему предъидущему наз. *знаменателемъ прогрессіи.* Если знаменатель болѣе единицы, то прогрессія возрастающая, а если знаменатель менѣе единицы, то убывающая. Геометрическую прогрессію изображаютъ такъ:

$$\div\!\div\, 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128$$

Эта прогрессія возрастающая, которой знаменатель $= 2$.
Если первый членъ 9, а знаменатель $\frac{1}{3}$, то первые 8 членовъ такой убывающей прогрессіи будутъ:

$$\div\!\div\, 9 : 3 : 1 : \tfrac{1}{3} : \tfrac{1}{9} : \tfrac{1}{27} : \tfrac{1}{81} : \tfrac{1}{243}$$

Если первый членъ a, знаменатель q, то n первыхъ членовъ такой прогрессіи будутъ:

$$\div\!\div\ a : aq : aq^2 : aq^3 : \ldots\ldots aq^{n-1}$$

§ 23. Въ той части математики, которая называется *теоріею чиселъ*, весьма часто употребляютъ знакъ $\equiv$, называемый *знакомъ равноостаточности* или *сравненія* (congruence) и служащій для указанія, что числа, между которыми этотъ знакъ поставленъ, даютъ равные остатки при дѣленіи на даннаго дѣлителя. Дѣлитель, относительно котораго числа сравниваются, пишется въ скобкахъ и наз. *модулемъ*, Напр.

$$17 \equiv 101 \text{ (мод. 4)}$$

читается такъ: *17 равноостаточно 101 по модулю 4*, или *17 сравнимо со 101 по модулю 4;* это значитъ, что 17 при дѣленіи на 4 даетъ тотъ же остатокъ (1), какой получается отъ дѣленія 101 на 4.

Для изображенія *произведенія ряда натуральныхъ чиселъ*, т. е. всѣхъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до нѣкотораго даннаго числа n, пишутъ *знакъ восклицательный*, а съ лѣвой стороны этого знака пишутъ послѣдняго множителя произведенія. А именно

$$n\,! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots . (n-1) \times n$$

Напримѣръ: $10\,! = 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10 = 3\,628\,800.$

Употребляютъ и другой символъ для такого же произведенія—греческую прописную букву Γ *(гамма)*, а именно вмѣсто $n\,!$ пишутъ $\Gamma\,(n+1)$; напримѣръ:

$$1.2.3 = \Gamma\,(4) \quad , \quad 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10 = \Gamma\,(11)$$

Для изображенія суммы членовъ, составленныхъ по одному и тому же закону, пользуются греческою прописною буквою Σ *(сигма)* или буквою S. Напримѣръ формула

$$\sum \frac{1}{10^x} \quad \text{или} \quad S\,\frac{1}{10^x}$$

выражаетъ сумму членовъ, которые получатся отъ послѣдовательной замѣны показателя x различными цѣлыми числами.

При этомъ надо знать какія числа предполагается вставлять послѣдовательно, вмѣсто буквы x, для полученія всей искомой суммы, т. е. надо знать наименьшее изъ нихъ (называемое *нижнимъ предѣломъ сигмы*) и наибольшее (*верхній предѣлъ сигмы*).

Предѣлы обозначаютъ такимъ образомъ:

$$\sum_{1}^{n} \frac{1}{10^x} \quad \text{или} \quad \mathop{\mathrm{S}}_{1}^{n} \frac{1}{10^x},$$

если 1 наименьшее, а n наибольшее значеніе числа x; а если подразумѣвается безконечная сумма членовъ, т. е. если $n = \infty$, то она изобразится формулою:

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{10^x} \quad \text{или} \quad \mathop{\mathrm{S}}_{1}^{\infty} \frac{1}{10^x}$$

Если предѣлы 1 и 6, то искомая сумма будетъ:

$$\sum_{1}^{6} \frac{1}{10^x} = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{100000} + \frac{1}{1000000} = 0{\cdot}111111,$$

а если $n = \infty$, то

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{10^x} = 0{\cdot}111\ldots. = 0{\cdot}(1)$$

Очевидно, что періодическая дробь $0{\cdot}(1)$ получается отъ обращенія $\frac{1}{9}$ въ десятичную дробь, слѣдовательно:

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{10^x} = \frac{1}{9}$$

Если подъ знакомъ Σ находится нѣсколько буквъ, а должна измѣняться только одна, то это надо указать при обозначеніи предѣловъ. Напримѣръ сумма членовъ, получаемыхъ отъ послѣдовательной замѣны въ формулѣ $\alpha + k\beta$ буквы k цѣлыми числами отъ нуля до n включительно, должна быть изображена такъ: *)

$$\sum_{k=o}^{k=n} (\alpha + k\beta) = \alpha + (\alpha + \beta) + (\alpha + 2\beta) + \ldots (\alpha + n\beta)$$

Для произведенія такого же ряда чиселъ, т. е. получаемыхъ изъ какой либо одной формулы послѣдовательнымъ измѣненіемъ численнаго значенія

---

*) Очевидно, что эта формула выражаетъ сумму членовъ ариѳметической прогрессіи, которой первый членъ α, разность β, число членовъ $n + 1$. Эта сумма будетъ равна

$$(n + 1)\,\alpha + \tfrac{1}{2}\,n\,(n + 1)\,\beta$$

одной или нѣсколькихъ входящихъ въ неё буквъ (или указателей), пользуются греческою прописною буквою П (*пи*), а предѣлы обозначаютъ подобно вышесказанному *). Напримѣръ **):

$$\prod_{k=1}^{k=n} \rho_k e^{ki\theta} = \rho_1 e^{i\theta} \cdot \rho_2 e^{2i\theta} \cdot \rho_3 e^{3i\theta} \cdot \ldots\ldots \rho_n e^{ni\theta}$$

---

*) Въ математикѣ встрѣчается такое разнообразіе дѣйствій, что иногда автору не достаетъ знаковъ для ихъ изображенія, а потому иногда знаку присвоивается не то значеніе, какое для него общепринято. Во всѣхъ подобныхъ случаяхъ авторъ обязанъ предувѣдомить читателя о приписываемомъ имъ значеніи тому или другому знаку. Напримѣръ знакъ П служилъ также для изображенія одного вида эллиптическихъ интеграловъ.

**) Эта формула можетъ быть преобразована въ такую: $e^{\frac{n(n+1)}{2} i\theta} \prod_{k=1}^{k=n} \rho_k$

VII. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКІЯ И ЛОГАРИѲМИЧЕСКІЯ ФОРМУЛЫ.

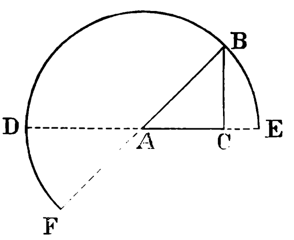
§ 24. **Изображеніе тригонометрическихъ количествъ.** — § 25. **Изображеніе дугъ круга.** — § 26. **Изображеніе логариѳмовъ чиселъ и логариѳмовъ тригонометрическихъ и всякихъ другихъ количествъ.**

§ 24. Въ тригонометріи и въ высшей математикѣ имѣютъ весьма важное значеніе особаго рода количества, называемыя *тригонометрическими величинами* (угла или дуги, или же отвлечённаго числа). Величины эти могутъ быть разсматриваемы или какъ геометрическія или какъ алгебраическія, т. е. или какъ *линіи* или какъ *числа*, и имъ даны слѣдующія названія: *синусъ*, *косинусъ*, *тангенсъ*, *котангенсъ*, *секансъ*, *косекансъ* (а въ старинныхъ математическихъ сочиненіяхъ употреблялись еще двѣ тригонометрическія величины, которыя нынѣ почти уже не упоминаются, а именно— *синусъ верзусъ* и *косинусъ верзусъ*, т. е. *обращенный синусъ* и *обращенный косинусъ*).

Тригонометрическія величины *) принято обозначать нѣсколькими

---

*) Тригонометрическія величины можно разсматривать какъ отношенія между сторонами прямоугольнаго треугольника, а именно: *синусомъ* угла A можно назвать отношеніе противолежащаго этому углу катета BC къ гипотенузѣ AB, т. е. дробь $\frac{BC}{AB}$; *косинусомъ* того же угла A наз. отношеніе прилежащаго этому же углу катета AC къ гипотенузѣ; *тангенсъ* угла A = отношенію катета противолежащаго (BC) къ прилежащему (AC), а *котангенсъ* A = обратному отношенію (AC къ BC); *секансъ* есть число обратное косинусу (т. е. AB къ AC), а *косекансъ* — обратное синусу. Слѣдовательно:



$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \cos B,\ \cos A = \frac{AC}{AB} = \sin B,\ \operatorname{tang} A = \frac{BC}{AC} = \cot B,\ \cot A = \frac{AC}{BC} = \operatorname{tang} B,$$

$$\sec A = \frac{AB}{AC} = \operatorname{cosec} B,\ \operatorname{cosec} A = \frac{AB}{BC} = \sec B.$$

Такое понятіе о тригонометрическихъ величинахъ примѣнимо непосредственно только къ угламъ не превышающимъ 90°; чтобъ расширить его и сдѣлать примѣнимымъ къ тупымъ и ко всякимъ вообще угламъ, хотя бы даже большимъ 360°, присвоили знаки + или — этимъ триг. величинамъ и установили формулы для выраженія ихъ посредствомъ вышеупомянутыхъ отношеній сторонъ соотвѣтствующаго прямоугольнаго треугольника. Напр. для тупого угла DAB онѣ выразятся отношеніями сторонъ $\Delta\ ABC$, только при этомъ катетъ AC надо считать отрицательнымъ. Для угла превышающаго 180°, но меньшаго суммы трехъ прямыхъ угловъ, напр. для соотвѣтствующаго дугѣ $EBDF$, тригонометрическія величины могутъ быть выражены отношеніями сторонъ того же $\Delta\ ABC$, если при начальными буквами ихъ названій *(прямого латинскаго шрифта)*, помѣщаемыми съ лѣвой стороны количества (напр. x) тригонометрическую величину котораго онѣ изображаютъ, т. е. такъ:

$$\sin x,\quad \cos x,\quad \mathrm{tang}\, x,\quad \cot x,\quad \sec x,\quad \mathrm{cosec}\, x.$$

Это x можетъ быть выражено градусами, минутами и секундами или же — какою либо ариѳметическою или алгебраическою формулою отвлечённаго числа. Напримѣръ:

$$\sin 53^\circ,\ \cos 2{\cdot}30175,\ \mathrm{tang}\,\varphi,\ \sin\frac{1+\sqrt{2}}{2},\ \sec\tfrac{1}{4}\pi,\ \cos(x+y\sqrt{-1}),\ \cot\frac{a\xi+b\eta}{p^2-q^2}$$

Въ старинной печати начинали тригонометрическій знакъ прописною буквою, оканчивали точкой и предпочитали курсивный шрифтъ, т. е. печатали по большей части такъ:

$$\mathit{Sin.}\ x,\quad \mathit{Cos.}\ \alpha,\quad \mathit{Tang.}\ 20^\circ 15',\quad \mathit{Cotg.}\ (a^2—b^2) \text{ и т. п.},$$

но нынѣ установился обычай печатать эти знаки какъ выше показано, только иногда **tang** сокращаютъ въ **tg**. Не слѣдуетъ вводить въ печать другого сокращенія (весьма обычнаго въ скорописномъ изложеніи формулъ въ рукописяхъ) **sin** и **cos** въ **sn** и **cs**, ибо, въ 1-хъ, знакъ **sn** имѣетъ свое особое значеніе въ математикѣ *), а во 2-хъ, курсивныя *sn* и *cs* могутъ исказить самый смыслъ формулы (если, напр., въ формулѣ $a \cos t$, долженствующей изобразить произведеніе количества a на $\cos t$, замѣнить **cos** знакомъ cs, т. е. напечатать $acst$, то читатель можетъ принять это $acst$ за произведеніе четырехъ множителей: a, c, s и t).

При изображеніи дѣйствій надъ тригонометрическими величинами соблюдаютъ нѣкоторыя особенныя условія, необходимыя для избѣжанія неясности; напр. нельзя смѣшивать формулу $\mathrm{tang}\,\frac{A}{2}$ съ формулой $\frac{\mathrm{tang}\,A}{2}$, ибо первая изображаетъ *тангенсъ половины*, а вторая *половину тангенса*, или —

этомъ считать оба катета отрицательными, а гипотенузу положительною (или, что тоже самое, гипотенузу отрицательною, а оба катета положительными), и т. д.

Уголъ A можетъ быть замѣнёнъ соотвѣтствующею ему дугою BE, выраженною ея отношеніемъ къ радіусу, т. е. — измѣренною ея радіусомъ, принятымъ за единицу мѣры, а потому вмѣсто угла A можно ввести подъ тригонометрическій знакъ отвлечённое число $\frac{BE}{AB}$, и тогда тригонометрическая величина угла преобразится въ тригонометрическую величину отвлечённаго числа, такъ что $\sin A$, $\cos A$, $\mathrm{tang}\,A$, ... будутъ замѣнены равными имъ $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tang}\,\alpha$, ..., гдѣ $\alpha = \frac{BE}{AB}$; при этомъ BE = числу градусовъ дуги BE умноженному на $\frac{\pi}{180}\cdot AB$, а слѣдовательно $\alpha = \frac{\pi}{180} \times$ число градусовъ дуги BE.

*) Знакъ sn принадлежитъ къ числу основныхъ знаковъ (sn, cn, dn) эллиптическихъ функцій.

формулы $\sin\alpha^2$ и $\sin^2\alpha$, такъ какъ первая есть *синусъ квадрата*, а вторая *квадратъ синуса*, и т. под.

§ 25. Если $x = \sin y$, то слѣдовательно y, будетъ ли оно выражено въ градусахъ или отвлечённымъ числомъ, можетъ быть разсматриваемо какъ дуга такого круга, котораго радіусъ $= 1$, имѣющая количество x своимъ синусомъ, т. е. можемъ написать: «*дуга синуса x равна y*»; это принято изображать такъ: $arc\sin x = y$. На такомъ основаніи, формулы

$$m = \sin\alpha,\quad n = \cos\xi,\quad p = \operatorname{tang} 20^\circ 5' 17'' 3,\quad q = \cot(a^2 - b^2),$$

могутъ быть преобразованы въ слѣдующія, имъ равнозначущія:

$$\arcsin m = \alpha,\quad \arccos n = \xi,\quad \operatorname{arctang} p = 20^\circ 5' 17'' 3,\quad \operatorname{arccot} q = a^2 - b^2.$$

Количества, изображаемыя знаками arcsin, arccos, arctg, arccot, arcsec, arccosec называются обратными *тригонометрическими* или *круговыми*. Нѣкоторые авторы употребляютъ курсивъ для знака arc, т. е. пишутъ *arc*sin, *arc*cos, и т. п., но въ этомъ нѣтъ никакой необходимости.

Примѣрами формулъ, содержащихъ круговыя числа, могутъ служить слѣдующія двѣ:

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} V_0 &= -2\rho\pi(\lambda^2 - 1)\,a^2 \frac{\operatorname{arctang}\sqrt{\frac{a^2}{c^2} - 1}}{\sqrt{\frac{a^2}{c^2} - 1}} \\ &= -\frac{3}{2}\,\frac{(\lambda + 1)\,M}{(\lambda^2 + \lambda + 1)\,c}\,\frac{\operatorname{arctang}\sqrt{\frac{a^2}{c^2} - 1}}{\sqrt{\frac{a^2}{c^2} - 1}}, \end{aligned}\right.$$

$$(2)\quad \frac{e^{kx} - 1}{e^{ka} - 1}\sqrt{1 + \frac{g}{h}y + \frac{f}{h}y^2} = \frac{e^{\frac{g}{2\sqrt{fh - \frac{1}{4}g^2}}\operatorname{arctang}\frac{fy + \frac{1}{2}g}{\sqrt{fh - \frac{1}{4}g^2}}}}{e^{\frac{g}{2\sqrt{fh - \frac{1}{4}g^2}}\operatorname{arctang}\frac{\frac{1}{2}g}{\sqrt{fh - \frac{1}{4}g^2}}}}$$

Во второй формулѣ количество $\frac{g}{2\sqrt{fh - \frac{1}{4}g^2}}\operatorname{arctang}\frac{fy + \frac{1}{2}g}{\sqrt{fh - \frac{1}{4}g^2}}$ и сходное съ нимъ внизу главной горизонтальной черты служатъ показателями степени количества e.

§ 26. Для изображенія *логариѳмовъ* чиселъ *) принятъ знакъ log или

*) Въ алгебрѣ доказывается, что если a и b числа положительныя и притомъ a не равно единицѣ, то всегда можно рѣшить уравненіе $a^x = b$, т. е. можно пріискать такого показателя x для даннаго a, чтобы a^x было равно b. Если напр. $a = 10$, $b = 3$, т. е. если дано уравненіе $10^x = 3$, то посредствомъ ряда вычисленій (или попытокъ) можно удостовѣриться, что 0·47712126 болѣе искомаго показателя, а 0·47712125 менѣе; а изъ изслѣдо-

Log, или же довольствуются одною первою буквою l или L, курсивного или прямого шрифта. Чтобы различать логариѳмы разныхъ системъ, т. е. вычисленные при различныхъ *основаніяхъ*, подписываютъ основаніе подъ знакомъ логариѳма; напр. равенство

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a} = \log_b N \, . \log_a b$$

надо прочесть такъ: *логариѳмъ* N *при основаніи a равенъ логариѳму того же числа при основаніи b, раздѣлённому на* log *a при основаніи b или умноженному на* log *b при основаніи a* *).

Если, напр., одна система *десятичная*, т. е. вычисленная при основаніи 10, а другая *натуральная* или такъ называемая *Неперова*, вычисленная при основаніе $e = 2 \cdot 71828 \ldots$, то предъидущее равенство можетъ быть написано въ такомъ видѣ:

$$\log_e N = \frac{\log_{10} N}{\log_{10} e} = \log_{10} N . \log_e 10\,;$$

или же авторъ долженъ избрать различные логариѳмическіе знаки для разныхъ системъ, напр. десятичные обозначать чрезъ log, а Неперовы одною буквою *l*, т. е. такъ:

$$l\mathrm{N} = \frac{\log \mathrm{N}}{\log e} = \log \mathrm{N} \, . \, l 10\, .$$

ванія этого уравненія оказывается, что x есть число несоизмѣримое и равное 0•47712125 .... Показатель x въ уравненіи $a^x = b$ наз. *логариѳмомъ числа* b и пишутъ $\log b = x$; число a разсматривается какъ *основаніе системы логариѳмовъ*. Если, неизмѣняя основанія, будемъ вставлять въ уравненіе $a^x = b$ разныя числа вмѣсто b, въ послѣдовательномъ порядкѣ, и для каждаго будемъ вычислять соотвѣтствующій ему x, то составимъ *таблицу логариѳмовъ*. Общеупотребительныя таблицы вычислены при основаніи 10 и наз. *обыкновенными* или *десятичными*. Но особую научную важность представляетъ другая система, основаніемъ которой служитъ несоизмѣримое число, изображаемое обыкновенно буквою e; эта система наз. *Неперовою* и ея основаніе

$$e = 2{\cdot}71828\ 18284\ 59045\ 23536\ 02874\ 71352\ 66249\ 77572 \ldots .$$

Въ обыкновенной или десятичной системѣ логариѳмы всѣхъ чиселъ, кромѣ полныхъ степеней число 10, суть несоизмѣримыя и слѣдовательно состоятъ изъ цѣлой части *(характеристики)* и безконечной дроби *(мантиссы)*. Въ таблицахъ помѣщена только мантисса, ибо таже мантисса, которая соотвѣтствуетъ числу b, будетъ вмѣстѣ съ тѣмъ соотвѣтствовать и слѣдующему ряду чиселъ: $10\,b$, $100\,b$, $1000\,b$ и т. д., а также: $\frac{1}{10}b$, $\frac{1}{100}b$, $\frac{1}{1000}b$ и т. д.; логариѳмы всѣхъ этихъ чиселъ будутъ различаться между собой только характеристиками.

Кромѣ логариѳмическихъ таблицъ для чиселъ, составлены таблицы логариѳмовъ синусовъ, косинусовъ, тангенсовъ, котангенсовъ. Онѣ также десятичныя, т. е. составлены при основаніи $a = 10$.

*) Формула эта служитъ для перехода отъ одной системы логариѳмовъ къ другой, то есть для вычисленія логариѳма даннаго числа при какомъ нибудь основаніи, по извѣстному логариѳму того же числа при нѣкоторомъ другомъ основаніи. Поэтому достаточно имѣть таблицы обыкновенныхъ или десятичныхъ логариѳмовъ для знанія логариѳмовъ всякой другой системы.

Логариѳмовать можно не только числа, но и формулы — алгебраическія, тригонометрическія, круговыя и т. п. Напримѣръ:

$$\log\frac{a^2b^3}{\sqrt{2}} = 2\log a + 3\log b - \tfrac{1}{2}\log 2\,,$$

$$\log\mathrm{tang}\frac{A+B}{2} - \log\mathrm{tang}\frac{A-B}{2} = \log(a+b) - \log(a-b)\,,$$

$$l\sqrt{\frac{a}{b}}\ \arcsin\sqrt{\frac{a}{a+b}} = \tfrac{1}{2}la - \tfrac{1}{2}lb + l\,\mathrm{arctang}\sqrt{\frac{a}{b}}\ ,\ \text{и т. п.}$$

Логариѳмы всѣхъ чиселъ меньшихъ единицы имѣютъ *характеристику*, т. е. цѣлую часть логариѳма, отрицательную. Для большаго удобства при вычисленіяхъ, отрицательные характеристики обозначаютъ надчёркиваніемъ, т. е. ставятъ знакъ вычитанія надъ харарктеристикою, напримѣръ:

$$\log\tfrac{2}{3} = \bar{1}{\cdot}8239087$$

$$\log 0{\cdot}007 = \bar{3}{\cdot}8450980 \text{ и т. п.}$$

Но можно писать такія характеристики отдѣльно отъ *мантиссъ*, т. е. отъ дробныхъ частей логариѳмовъ, въ видѣ вычитаемаго члена, напримѣръ:

$$\log\tfrac{2}{3} = 0{\cdot}8239087 - 1$$

$$\log 0{\cdot}007 = 0{\cdot}8450980 - 3$$

Логариѳмы могутъ быть разныхъ порядковъ, а именно: если логариѳмировать какое нибудь число $\mathcal{N}$ два раза, т. е. вычислить *логариѳмъ логариѳма*, то получатъ *логариѳмъ второго порядка* того же числа $\mathcal{N}$; логариѳмируя этотъ послѣдній, получатъ *логариѳмъ третьяго порядка* и т. д. Для обозначенія порядка, его надписываютъ надъ знакомъ логариѳма, т. е. такимъ образомъ:

$$\log^2\mathcal{N},\ \log^3\mathcal{N},\ \text{и т. д.}$$

$$\text{вмѣсто: } \log(\log\mathcal{N}),\ \log\Big(\log(\log\mathcal{N})\Big),\ \text{и т. д.}$$

Если, напримѣръ, будемъ логариѳмировать по знаку log вышеприведённую формулу $l\mathrm{N} = \frac{\log \mathrm{N}}{\log e} = \log\mathrm{N}\,.\,l10$, то получимъ

$$\log l\mathrm{N} = \log^2\mathrm{N} - \log^2 e = \log^2\mathrm{N} + \log l10.$$

Изъ этого видно, что при изображеніи степени логариѳма нельзя надписывать показателя степени ни надъ знакомъ логариѳма, ни надъ логариѳмируемымъ числомъ и, слѣдовательно, въ этомъ случаѣ необходимы скобки; напр. квадратъ логариѳма N надо изобразить такъ:

$$(\log N)^2,\ \text{ибо}\ \log^2 N = \log(\log N),\ \text{а}\ \log N^2 = \log(N^2).$$

(Вообще скобки полезны во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда можетъ возникнуть какое либо недоразумѣніе относительно знаковъ дѣйствій).

VIII. ЗНАКИ И ФОРМУЛЫ ВЫСШАГО МАТЕМАТИЧЕСКАГО АНАЛИЗА *).

§ 27. **Изображеніе функцій и ихъ производныхъ.** — § 28. **Знаки приращеній и дифференціаловъ.** — § 29. **Обозначеніе порядка и степени дифференціала; видоизмѣненіе символовъ дифференціала и производной.** — § 30. **Изображеніе интеграловъ.** — § 31. **Знакъ варіаціи и нѣкоторые другіе знаки.**

§ 27. Если двѣ *перемѣнныя* величины a и b, находятся въ такой взаимной зависимости, что съ измѣненіемъ a измѣняется и b, то b называютъ *функціею* перемѣнной a. Функцію обозначаютъ такимъ образомъ:

$$b = f\,(a).$$

Этотъ символъ f, или какую нибудь другую замѣняющую его букву, называютъ *характеристикою функціи.* Для отличія однѣхъ функцій отъ другихъ даютъ разныя очертанія буквѣ f и пользуются соотвѣтствующими ей буквами греческаго и другихъ алфавитовъ:

$$\mathrm{F},\ F,\ \mathscr{F},\ \mathrm{f},\ f,\ \mathfrak{F},\ \mathfrak{f},\ \Phi,\ \varphi,\ \Theta,\ \theta,\ \vartheta \text{ и т. под.},$$

а также буквами ψ и χ; но съ неменьшимъ удобствомъ могутъ служить для той же цѣли и всякія другія буквы.

Перемѣнныя величины могутъ быть въ зависимости не только отъ одной, но и отъ двухъ или болѣе другихъ перемѣнныхъ; напр. $F(x\,.\,y)$ изображаетъ *функцію двухъ перемѣнныхъ*, x и y; $\varphi\,(\xi\,.\,\eta\,.\,\zeta)$ *функція трехъ перемѣнныхъ*, ξ, η и ζ. Весьма часто различныя функціи обозначаютъ одною и той же буквою, а для ихъ различенія подписываютъ нумера подъ этой общей характеристикой, т. е. такъ:

$$u = F_1\,(x\,.\,y\,.\,z),\ \ v = F_2\,(x\,.\,y\,.\,z),\ \ w = F_3\,(x\,.\,y\,.\,z)$$

---

*) Въ математикѣ изслѣдуются законы не только *семи алгебраическихъ дѣйствій (сложенія, вычитанія, умноженія, дѣленія, возвышенія въ степень, извлеченія корня* и *рѣшенія уравненій)*, но и нѣкоторыхъ другихъ, а главнымъ образомъ — *дифференцированія* и *интегрированія* съ ихъ различными подраздѣленіями и видоизмѣненіями. Эти два дѣйствія, называемыя *трансцендентными*, и приложеніе ихъ къ геометріи составляютъ предметъ *высшаго математическаго анализа.*

Надъ функціями можно производить, или воображать произведёнными, различныя дѣйствія; результаты дѣйствій будутъ новыми функціями тѣхъ же перемѣнныхъ, отъ которыхъ зависили первоначальныя функціи. Преимущественнаго вниманія заслуживаютъ тѣ функціи, которыя выводятся изъ первоначальныхъ посредствомъ особаго дѣйствія, называемаго *дифференцированіемъ;* ихъ называютъ *производными функціями*, а тѣ, изъ которыхъ онѣ были выведены, наз. *первообразными функціями.* Изъ производныхъ функцій можно такимъ же способомъ (дифференцированіемъ) выводить новыя производныя, которыя будутъ уже *вторыми производными* тѣхъ же первообразныхъ и т. д.

Производныя функціи обозначаютъ тѣми же характеристиками какъ и ихъ первообразныя, только съ надстрочнымъ указателемъ. Напримѣръ, если

$F(x)$,	$\varphi_k(z)$,	$f(a.b.c)$	первообразныя, то
$F'(x)$,	$\varphi'_k(z)$,	$f'(a.b.c)$	ихъ производныя,
$F''(x)$,	$\varphi''_k(z)$,	$f''(a.b.c)$	вторыя производныя,
$F^{(n)}(x)$,	$\varphi^{(n)}_k(z)$,	$f^{(n)}(a.b.c)$	*энныя* производныя (т. е. нумера n)

§ 28. Измѣненія перемѣнныхъ количествъ обозначаются припискою слѣва буквы Δ (греческая прописная *дельта*); напр. если $y = f(x)$, то Δx и Δy изобразятъ измѣненіе перемѣнной и соотвѣтствующее ему измѣненіе функціи, такъ что

$$\Delta y = \Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x).$$

Эти Δx, Δy называются *приращеніями* и могутъ быть положительными или отрицательными. Величина приращенія независимой перемѣнной можетъ быть какая угодно, произвольная. Весьма часто полагаютъ $\Delta x = 1$, т. е. изслѣдуютъ измѣненія функціи отъ послѣдовательнаго измѣненія перемѣнной *на единицу*, *на 2 единицы, на 3* и т. д.; но особенную важность имѣютъ тѣ результаты, которые извлекла наука изъ изслѣдованія *безконечно-малыхъ приращеній* *),

Безконечно-малое приращеніе независимой перемѣнной называютъ *дифференціаломъ* этой перемѣнной, а *дифференціаломъ функціи* независимой перемѣнной называютъ произведеніе производной этой функціи на дифференціалъ перемѣнной **). Характеристикою для обозначенія диффе-

*) *Безконечно-малыми* или *неизмѣримо-малыми* наз. такія непрерывно уменьшающіяся количества (т. е. могущія непрерывно уменьшаться), которыя имѣютъ своимъ предѣломъ нуль и предполагаются уже весьма близкими къ этому предѣлу.

**) Названіе *дифференціалъ* происходитъ отъ слова *différence (разность)* и означаетъ неполную или *малую разность.* Его можно объяснить такъ: приращеніе $\Delta F(x)$ изображаетъ $F(x+\Delta x) - F(x)$, то есть полную разность между величиною $F(x+\Delta x)$ функціи F послѣ ея приращенія и ея величиною $F(x)$ до приращенія, а дифференціалъ $dF(x)$ изображаетъ *не всю* эту разность, а только ея главную часть или, какъ говорится въ математикѣ, первый членъ разности или *первый порядокъ приращенія.* [Полная разность выражается безконечною суммою: $\Delta F(x) = dF(x) + \frac{1}{2} d^2F(x) + \text{etc.}$]

Употребительно и такое изображеніе производныхъ: $\frac{d}{dx}$ и $\frac{\partial}{\partial x}$, т. е. пишутъ:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{ax+b}{cx+\partial}\right), \quad \frac{\partial}{\partial x}\varphi(x.y), \quad \frac{\partial}{\partial y}\varphi(x.y), \quad \text{вмѣсто}$$

$$\frac{d\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)}{dx}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad \text{и т. п.}$$

Вообще знаки дифференціала и производной имѣютъ не мало видоизмѣненій: видоизмѣненія эти не всегда удобоудоразличимы одно отъ другого, а между тѣмъ иногда самыя незначительныя различія въ очертаніи знака выражаютъ весьма существенную разницу въ смыслѣ этого знака. Напримѣръ: о значеніи точки послѣ знака d было уже сказано; двѣ производныя $\frac{\partial F}{\partial t}$, $\frac{dF}{dt}$ имѣютъ въ формулахъ, подобныхъ слѣдующей:

$$\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+x'\frac{\partial F}{\partial x}+y'\frac{\partial F}{\partial y}+z'\frac{\partial F}{\partial z},$$

весьма различныя значенія, хотя обѣ взяты по одной и той же перемѣнной t и отъ одной и той же первообразной функціи $F(x.y.z.t)$; столь же не сходны между собой могутъ быть двѣ производныя одинаково изображенныя, за исключеніемъ лишь того, что одна изъ нихъ заключена въ скобки, а другая свободна отъ скобокъ, какъ напримѣръ

$$du=\frac{\partial u}{\partial x}dx+\frac{\partial u}{\partial y}dy=\left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]dx+\frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x}dx+\frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y}dy,$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]=\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x}.$$

(Въ формулахъ, подобныхъ послѣднимъ двумъ, скобки — какого бы очертанія онѣ не были: угловыя или дугообразныя — должны быть жирнаго шрифта, въ отличіе отъ всякаго другого значенія скобокъ **).

Изъ этихъ примѣровъ ясно къ какимъ недоразумѣніямъ можетъ быть приведенъ наборщикъ, даже весьма искусный въ обыкновенномъ наборѣ, и сколько грубыхъ промаховъ онъ можетъ надѣлать, единственно лишь по незнанію въ какого рода формулахъ и какія именно надо принимать предосторожности.

---

*) Первая изъ этихъ двухъ, т. е. $\frac{\partial F}{\partial t}$, изображаетъ *частную* производную отъ $F(x.y.z.t)$ взятую по t, а вторая, $\frac{dF}{dt}$ — есть *полная* производная, взятая не только по послѣднему t, но и по тому t, которое заключается въ x, y и z.

**) Заключка производной въ скобки употребляется по преимуществу въ тѣхъ случаяхъ, когда частныя производныя одной и той же функціи и по одной и той же перемѣнной предполагаются взятыми при двухъ различныхъ условіяхъ или при двухъ различныхъ видахъ дифференцируемой функціи.

§ 30. Дѣйствіе обратное дифференцированію, т. е. нахожденіе первообразной функціи по данной производной, наз. *интегрированіемъ* и обозначается знакомъ $\int$, а именно пишутъ:

$$\int F(x)\,dx = \varphi(x) + c,$$

гдѣ $\varphi(x)$ искомая *первообразная функція*, $F(x)$ данная функція, c *произвольное постоянное* количество.

Такой интегралъ наз. *неопредѣлённымъ*, такъ какъ содержитъ произвольное число C; но если даны *предѣлы интеграла* (напр. a и b), то онъ будетъ *опредѣлённый* и выразится формулой:

$$\int_a^b F(x)dx = \varphi(b) - \varphi(a)$$

Значеніе предѣловъ интеграла имѣетъ нѣкоторое сходство съ значеніемъ предѣловъ суммы, о которыхъ было сказано въ § 23, и опредѣлённый интегралъ можетъ до нѣкоторой степени быть уподобленъ суммѣ, изображаемой посредствомъ знака Σ или S; но только сходство это весьма не полное и одностороннее.

Предѣлы можно надписывать или справа знака $\int$ или надъ знакомъ и подъ знакомъ, т. е. можно писать

$$\int_a^b f(x)dx \quad \text{или} \quad \int\limits_a^b f(x)dx\,.$$

Кромѣ *простыхъ* интеграловъ, бываютъ *двойные*, *тройные* и вообще *кратные;* напримѣръ:

$$\int\!\!\int F(x.y)dxdy\,,\quad \frac{1}{3}\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} r^3\cos\psi d\psi\,,\ldots \quad \text{двойные интегралы},$$

$$\int\!\!\int\!\!\int \left(\frac{\partial^2\frac{1}{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\frac{1}{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\frac{1}{u}}{\partial z^2}\right)\varrho da db dc\,,\ \int\limits_{-c}^{+c} dz \int\limits_{-b\sqrt{1-\frac{z^2}{c^2}}}^{+b\sqrt{1-\frac{z^2}{c^2}}} dy \int\limits_{-a\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}}}^{+a\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}}} F(x.y.z)dx\,,\ldots \text{тройные}$$

(Знакъ интеграла, а также знаки Σ, S, Π и нѣкоторые другіе, часто бываютъ весьма значительныхъ размѣровъ. Иногда это необходимо для ясности и правильности вида формулы, а иногда зависитъ исключительно отъ прихоти автора. — Въ нашей и въ заграничной печати распространёнъ обычай дѣлать упомянутые знаки, въ особенности если они крупныхъ размѣровъ, столь жирными, что они получаютъ видъ какъ бы пятенъ на формулахъ. Это не заслуживаетъ подражанія и вполнѣ безцѣльно. При удлиненіи очертанія литеры весьма естественно нѣкоторое увеличеніе ея утолщеній, но оно должно быть крайне умѣренное, и нѣтъ никакой необходимости, чтобы утолщенія были пропорціональны удлиненіямъ; всѣ излишества, всё безполезное для правильнаго и яснаго выраженія формулы не должно имѣть мѣста въ математической печати).

§ 31. Въ математикѣ разсматриваются два рода безконечно-малыхъ измѣненій: дифференціалы, о которыхъ было сказано, и *варіаціи* *). Эти послѣднія надо отличать отъ дифференціаловъ, съ которыми онѣ имѣютъ лишь нѣкоторое сходство, а потому ихъ обозначаютъ не буквой d, а греческою строчною δ *(дельта);* напримѣръ

$$\delta x,\quad \delta(Vdt),\quad \delta\int_{x_0}^{x_1} dx\ \sqrt{1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}$$

изображаютъ варіаціи количествъ x, Vdt, $\int_{x_0}^{x_1} dx\sqrt{1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}$

---

*) *Дифференціалъ* функціи $y=f(x)$ есть такое безконечно-малое ея измѣненіе, которое происходитъ исключительно лишь отъ измѣненія x, т. е. составляетъ первый членъ разности $f(x+dx)-f(x)$, и при этомъ не предполагается никакого измѣненія характеристики f, такъ что зависимость y отъ x остается первоначальная. Но можно предположить единовременное измѣненіе не только количества x, но и самой *природы функціи* $f(x)$, т. е. можно предположить измѣненіе той формулы, которою выражается зависимость y отъ x; безконечно-малое измѣненіе этого рода называютъ *варіаціею.* Слѣдовательно варіація выражаетъ измѣненіе болѣе сложное, чѣмъ дифференціалъ, а именно состоитъ изъ совокупности двухъ измѣненій функцій: *дифференціальнаго* и *варіаціоннаго.* Это послѣднее представляетъ первый членъ безконечно-малой разности $F(x)-f(x)$, гдѣ $f(x)$ изображаетъ прежнюю природу функціи, предшествовавшую ея измѣненію, а $F(x)$ природа той же функціи послѣ ея измѣненія; такую разность $F(x)-f(x)$ называютъ иногда *усѣченною варіаціею* и обозначаютъ различно, напримѣръ чрезъ ω (строчная греческая буква *омега*) и формула полной варіаціи будетъ

$$\delta f(x)=\frac{df}{dx}\,\delta x+\omega.$$

Вмѣсто ω употребляютъ иногда такое обозначеніе:

$$\Bigg/^{t=\alpha}\ \frac{dF(x.t)}{dt}\qquad \text{и т. под.}$$

Примѣрами различнаго рода формулъ, содержащихъ варіаціи, могутъ служить слѣдующія:

(1).....
$$\delta V = \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)\delta t + \sum_{i=1}^{i=n}\sum_{k=0}^{k=m}\frac{\partial V}{\partial x_i^{(k)}}\omega_i^{(k)},$$

(2)....
$$\sum m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right) = \frac{d}{dt}\sum m\left(\frac{dx}{dt}\delta x + \frac{dy}{dt}\delta y + \frac{dz}{dt}\delta z\right)$$
$$-\tfrac{1}{2}\delta\sum m\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right],$$

(3).....
$$\delta\iint dxdy\sqrt{1+p^2+q^2} = \int(dx\delta y - dy\delta x)\sqrt{1+p^2+q^2}$$
$$+\int(qdx - pdy)\frac{\omega}{\sqrt{1+p^2+q^2}}$$
$$-\iint\omega dxdy\left(\frac{d\frac{p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dx} + \frac{d\frac{q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dy}\right).$$

Изъ остальныхъ знаковъ высшаго математическаго анализа заслуживаютъ вниманія слѣдующія:

1) Знаки *эллиптическихъ функцій*: sn, cn, dn; изъ нихъ первые два представляютъ сокращенія знаковъ sin am *(синусъ амплитуды)* и cos am *(косинусъ амплитуды)* *). Вмѣсто этихъ знаковъ, употребляютъ иногда S, C, R для изображенія тѣхъ же трехъ эллиптическихъ функцій и пишутъ,

например:
$$S(\alpha \pm \beta) = \frac{S(\alpha)C(\beta)R(\beta) \pm S(\beta)C(\alpha)R(\alpha)}{1 - k^2S^2(\alpha)S^2(\beta)}$$

или
$$\operatorname{sn}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{sn}\alpha\operatorname{cn}\beta\operatorname{dn}\beta \pm \operatorname{sn}\beta\operatorname{cn}\alpha\operatorname{dn}\alpha}{1 - k^2\operatorname{sn}^2\alpha\operatorname{sn}^2\beta}$$

2) Обращенная греческая прописная буква *дельта* (т. е. ∇) служитъ

---

*) Уголъ φ, входящій въ выраженіе *эллиптическаго интеграла* $\alpha = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 sin^2\varphi}}$, называютъ *амплитудою интеграла* и обозначаютъ знакомъ am, т. е. пишутъ $\varphi = \operatorname{am}\alpha$, и слѣдовательно $\sin\varphi = \operatorname{sn}\alpha$, $\cos\varphi = \operatorname{cn}\alpha$; подобнымъ же образомъ можно написать $\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\operatorname{am}\alpha = \operatorname{tn}\alpha$. Если $\sin\varphi = x$, то $\operatorname{sn}\alpha = x$, $\operatorname{cn}\alpha = \sqrt{1-x^2}$. Символъ $\operatorname{dn}\alpha$ служитъ для изображенія знаменателя подъинтегральной функціи того же интеграла α, т. е. $\operatorname{dn}\alpha = \sqrt{1 - k^2 sin^2\alpha}$.

сокращеннымъ символомъ особаго дѣйствія *), которое можетъ быть изображено чрезъ $\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathrm{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathrm{k}\frac{\partial}{\partial z}$, напримѣръ

$$\nabla\varphi = \left(i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi = i\frac{\partial\varphi}{\partial x} + j\frac{\partial\varphi}{\partial y} + k\frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

$$\nabla^2\varphi = \left(i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\right)^2\varphi = -\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right).$$

3) Для изображенія одного особаго рода функцій, которыя французскій математикъ *Коши* назвалъ *остаточными* (fonctions résidues или les résidus de la fonction), употребляютъ иногда такой знакъ:

$$\mathcal{E}\left(\left(f(x)\right)\right).$$

Перечисленіе всѣхъ остальныхъ знаковъ, встрѣчающихся въ разныхъ отдѣлахъ высшей математики и ея приложеній, было бы неудобно и излишне: знаковъ этихъ весьма много и у разныхъ авторовъ они различны; притомъ — ознакомленіе съ главными или основными знаками высшаго анализа вполнѣ достаточно для различенія всѣхъ второстепенныхъ или вспомогательныхъ и ихъ видоизмѣненій, а также для уразумѣнія характера тѣхъ предосторожностей, которыя надо принимать при наборѣ того или другого рода математическихъ формулъ.

---

*) Символъ ∇ имѣлъ прежде другое значеніе. Нашъ бывшій академикъ *Остроградскій* употреблялъ этотъ знакъ для изображенія корня алгебраическаго уравненія; но англійскій учёный *Максвелль*, въ своихъ знаменитыхъ изслѣдованіяхъ объ электричествѣ, употребилъ этотъ символъ для сокращеннаго письма символа

$$i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z},$$

гдѣ i, j, k суть особаго рода единицы, называемыя *кватерніонными единицами*. Въ этомъ послѣднемъ смыслѣ и употребляютъ ∇ въ настоящее время.

IX. О НАБОРѢ СЛОЖНЫХЪ ФОРМУЛЪ И ПРАВИЛА ПЕРЕНОСА.

§ 32. Главнѣйшія особенности набора сложныхъ формулъ. — § 33. Примѣръ. — § 34. Общія правила переноса формулъ и частей формулы на слѣдующую строку или страницу. — § 35. Особенности широкой или разгонистой математической печати.

§ 32. Главнѣйшія особенности набора разныхъ математическихъ знаковъ и формулъ были указаны въ предъидущихъ параграфахъ, совмѣстно съ разъясненіями этихъ знаковъ и формулъ; остается дополнить сдѣланныя указанія нѣкоторыми замѣчаніями, относящимися до математической печати вообще, и пояснить ихъ примѣромъ, надлежащимъ образомъ избраннымъ и не очень сложнымъ.

Формулы, и въ особенности высшаго математическаго анализа и его приложеній къ другимъ наукамъ, представляютъ иногда такое сочетаніе цыфръ, буквъ и разнородныхъ знаковъ, различныхъ по величинѣ и по очертанію, что наборъ ихъ, который бы удовлетворялъ всѣмъ условіямъ правильности и ясности, можетъ быть названъ мозаическою работою. Притомъ, такой наборъ почти всегда производится съ рукописей, написанныхъ скорописью; если даже почеркъ автора разборчивъ (но, конечно, формулы не каллиграфированы), то и тогда наборщику будетъ не легко рѣшить вопросы: какія литеры и знаки должны соотвѣтствовать средней линіи строки? какія должны быть на верхней линіи и какія на нижней? какія на второй верхней? и т. д., а также — которыя должны быть болѣе крупнаго шрифта и которыя болѣе мелкаго? и т. под. Но почеркъ можетъ быть неразборчивъ, формулы написаны небрежно или (какъ и бываетъ въ большинствѣ случаевъ) кажутся такими неумѣющему читать ихъ; въ такихъ случаяхъ никакая опытность наборщика не предохранитъ его отъ ошибокъ, если онъ не умѣетъ читать формулъ или, по крайней мѣрѣ — находить и понимать соотвѣтствующія справки (напримѣръ — въ этомъ руководствѣ для учениковъ школы печатнаго дѣла).

Для поясненія вполнѣ достаточно простого примѣра. Положимъ, что первыя части двухъ равенствъ написаны такъ, что наиболѣе сходное съ рукописью, по внѣшнему виду, воспроизведеніе ихъ въ печати будетъ такое:

$$\dfrac{\dfrac{d(2r)}{\begin{matrix} r & -r \\ e + & e \end{matrix}}}{dr} = \quad , \qquad \int \dfrac{f(x)dx}{y_1 \; \dfrac{\partial C y_{n+1}}{\dfrac{yn}{\partial x}}} =$$

Наборъ этотъ будетъ представлять рядъ грубѣйшихъ ошибокъ, которыя всѣ могли бы быть предотвращены справками въ §§ 18, 19 и 29 этой книги. Изъ первыхъ двухъ было бы усмотрѣно, во-первыхъ, что надстрочные знаки r и $-r$ суть ничто иное какъ показатели и потому должны быть надписаны справа надъ буквою e, а во-вторыхъ, что во второй формулѣ $n+1$ есть указатель буквы y и что слѣдовательно n есть, по всей вѣроятности, также указатель. Изъ § 29 обнаружилось бы, что $\frac{d}{dr}$ и $\frac{\partial}{dx}$ суть символы производныхъ и что функціи, долженствущія быть помѣщенными за этими символами, подлежатъ въ данномъ случаѣ заключенію въ скобки; изъ этого будетъ слѣдовать, во-первыхъ, что въ первой формулѣ внутри скобокъ должна находиться такая дробь: $\frac{2r}{e^r + e^{-r}}$, а во-вторыхъ, что знакъ принятый за букву C есть лѣвая половина скобокъ, вторая половина которыхъ пропущена авторомъ, и что внутри скобокъ во второй формулѣ должна быть такая дробь: $\frac{y_{n+1}}{y_n}$. Эти соображенія заставятъ наборщика присмотрѣться болѣе внимательно къ очертанію скобокъ въ первой формулѣ, а во второй — обратить особое вниманіе па знакъ принятый имъ за букву C и на третью строку, т. е. на очертаніе принятое имъ за yn, и онъ конечно убѣдится въ справедливости своихъ предположеній. А послѣ этого, для него уже будетъ несомнѣнно, что послѣдняя горизонтальная черта первой формулы и первая во второй формулѣ должны соотвѣтствовать средней линіи строки, т. е. онъ наберётъ эти формулы такъ:

$$\frac{d\left(\frac{2r}{e^{r} + e^{-r}}\right)}{dr} = \quad , \qquad \int_{y_1} \frac{f(x)dx}{\frac{d\left(\frac{y_{n+1}}{y_n}\right)}{dx}} = \quad ,$$

что и окажется вполнѣ безошибочнымъ.

Недостаточно набрать правильно формулу; необходимо выровнить всѣ ея строки, заполнить малѣйшіе пробѣлы и закрѣпить такъ, чтобы не могло произойти никакихъ выпаденій, искривленій и вообще — обезображиванія набора до печати или во время печати *). Для успѣшнаго выполненія этихъ выравниваній и закрѣпленія необходимо, во 1-хъ, чтобы шрифты *математической кассы*, т. е. предназначенной для формулъ, были въ такомъ взаимномъ соотвѣтствіи, которое не вынуждало бы наборщика прибѣгать къ неблагонадёжнымъ способамъ выравниванія и, во 2-хъ, чтобы для всякаго рода вставокъ или подложекъ имѣлся бы подъ рукой наборщика достаточный запасъ типографскаго матерьяла (шпонъ, шпацій, пробѣловъ, реглетовъ, острыхъ линеекъ и пр.), тщательно разсортирован-

*) Иногда случается, что формулы были тщательно вывѣрены и всѣ погрѣшности замѣчены въ корректурѣ и исправлены, а между тѣмъ въ напечатанныхъ экземплярахъ оказались пропуски буквъ (выпаденія), кривыя строки, пятна отъ выдвинувшихся шпонъ или подложекъ и т. под. Всѣ такія искаженія происходятъ отъ неудовлетворительнаго выравниванія и закрѣпленія набора.

наго и размѣщённаго систематически въ особыхъ, для каждой категоріи такихъ вставокъ, ящикахъ наборной кассы.

Сложныхъ показателей, т. е. которые сами выражены формулами, надо набирать вплотную, безъ разбивки шпаціями, а входящіе въ нихъ знаки дѣйствій ($+$, $-$, $\sqrt{\ }$ и т. п.), скобки, запятые и пр. брать не только изъ соотвѣтствующаго кегля (который въ большинствѣ случаевъ будетъ дли этихъ надстрочныхъ формулъ № 8), но и наиболѣе узкіе; для числителей и знаменателей этихъ надстрочныхъ формулъ выбирать литеры съ очкомъ не на срединѣ кегля, а по возможности близкимъ къ краю прилежащему острой линейкѣ. Если надстрочная формула сама имѣетъ надстрочные или подстрочные знаки (содержитъ буквы съ показателями или указателями), то таковые должны быть набраны изъ шрифта еще болѣе мелкаго *); если напр. буква надстрочная будетъ петитовая, то ея показатель или указатель долженъ быть взятъ изъ № 7 или № 6. (Еще болѣе мелкихъ, т. е. № 5 или № 4 слѣдуетъ избѣгать).

Сжатость въ вертикальномъ направленіи умѣстна не для однѣхъ только надстрочныхъ формулъ, но и для всѣхъ имѣющихъ такой видъ который можно назвать *многоэтажнымъ*, подобнымъ дробямъ съ дробными числителями и дробными знаменателями. Въ нѣкоторыхъ книгахъ, по преимуществу большихъ форматовъ и широкой или такъ-называемой *разгонистой печати*, многоэтажныя формулы напечатаны такимъ же шрифтомъ какъ и простыя, но это не удобно, не только потому что требуетъ для формулы весьма много мѣста, но и самая формула получаетъ некрасивый видъ, а прилежащіе къ ней большіе пробѣлы кажутся какъ бы бѣлыми пятнами на печатной страницѣ. Примѣромъ можетъ служить слѣдующее равенство, набранное шрифтомъ № 12 безъ всякаго вертикальнаго сжатія:

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\dfrac{d\dfrac{x}{2}}{\cos^2\dfrac{x}{2}}}{\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}}{\cos\dfrac{x}{2}}} = \operatorname{log tang} \frac{x}{2} + C$$

*) Примѣромъ такой формулы можетъ служить вторая формула параграфа 25-го.

Толщина второй подъинтегральной функціи равна 110 пунктамъ*), и такой же длины знакъ второго интеграла. Но если вторая подъинтегральная функція будетъ набрана петитомъ, причёмъ числители и знаменатели дроби $\frac{x}{2}$ будутъ полукегельные, то толщина этой подъинтегральной функціи можетъ быть сокращена до 42 пунктовъ **), такъ что предъидущее равенство будетъ имѣть такой сжатый видъ:

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\frac{d\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}}{\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}} = \log\operatorname{tang}\frac{x}{2} + C.$$

Не смотря на столь значительное сжатіе формулы, она не утратила своей ясности, т. е. удобочитаемости. Необходимо, конечно, не дозволять еще большаго сжатія, ибо тогда чтеніе формулы было бы утомительно для глаза ***), а самый наборъ былъ бы не удобоисполнимъ.

§ 33. До приступа къ набору математической формулы надо подробно расчитать какой потребуется для нея типографскій матерьялъ и въ какомъ порядкѣ всего выгоднѣе производить работу, и надо подготовить всё необходимое для ея выполненія. Наборъ безъ предварительнаго расчета окажется въ большинствѣ случаевъ на столько неудачнымъ, что его придётся разобрать и приступить вновь къ той же работѣ.

Расчетъ и порядокъ набора всего удобнѣе уяснить на какомъ нибудь не очень сложномъ примѣрѣ; изберёмъ для этого формулу

$$\cos\nu = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2}};$$

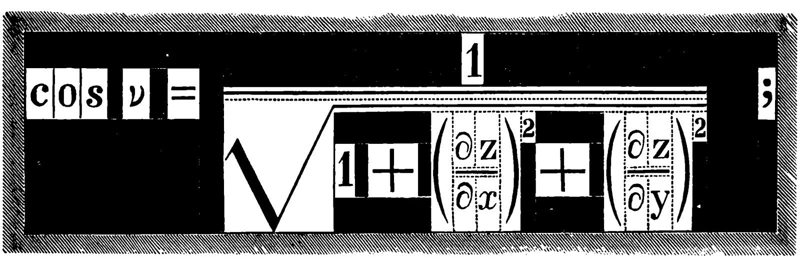
---

*) Толщина каждой острой линейки *(раздѣлительной черты)* = 2 пунктамъ, слѣдовательно толщина дроби $\frac{x}{2}$ равна 12 + 2 + 12 = 26 пунктамъ; 4 такихъ дроби и 3 раздѣлительныхъ черты займутъ по толщинѣ 26 × 4 + 2 × 3 = 104 + 6 = 110 пунктовъ.

**) Дробь $\frac{x}{2}$, набранная петитовыми полукегельными литерами, будетъ имѣть въ толщину 9 пунктовъ, ибо острая линейка для горизонтальной черты можетъ быть взята однопунктовая. Полагая среднюю острую линейку (болѣе длинную) въ 2 пункта, а остальныя двѣ также однопунктовыя, получимъ для полной толщины второй подъинтегральной функціи 9 × 4 + 2 + 1 × 2 = 42 пунктамъ.

***) Чтеніе книги напечатанной мелкимъ шрифтомъ вообще утомительно для глаза, но чтеніе напечатанныхъ мелкимъ шрифтомъ математическихъ формулъ утомляетъ глазъ несравненно менѣе чѣмъ чтеніе текста такой же печати; объясняется это тѣмъ, что при чтеніи формулъ главную долю работы выполняетъ не глазъ, а умственное зрѣніе читателя: выводы и формулы высшаго математическаго анализа могутъ быть только тогда вполнѣ поняты, когда читатель слѣдилъ за этими выводами съ такимъ вниманіемъ, что самый видъ формулы служитъ лишь какъ бы повѣркою и дополненіемъ того что уже усмотрѣно умомъ читателя.

и положимъ что её надо набрать шрифтомъ № 10 и притомъ ординарнымъ образомъ, т. е. безъ какого либо сжатія. Всѣ литеры за исключеніемъ показателя 2, знаки $+$ и $=$, а также точка съ запятой въ концѣ формулы, будутъ взяты изъ № 10; цыфру 2 всего удобнѣе взять изъ № 6; раздѣлительныя линіи, въ томъ числѣ горизонтальная черта знака радикала, будутъ набраны двупунктовыми острыми линейками; cos, ∂x, ∂y, ∂z должны быть набраны безъ разбивки шпаціями; между cos и ν двупунктовая шпація; слѣва знака $=$ трехпунктовая, а справа четырехпунктовая; по обѣ стороны перваго плюса и справа второго — двупунктовыя; такъ какъ строка короткая, то знаки $=$ и $+$ надо взять не изъ узкаго шрифта. Толщина всей строки будетъ въ 36 пунктовъ, такъ какъ въ ней три ряда литеръ и три раздѣлительныя линіи (т. е. $10+2+2+10+2+10$), а толщина формулы подъ знакомъ $\sqrt{\ }$ будетъ въ 22 пункта ($10+2+10$); слѣдовательно нижняя единица и плюсы должны имѣть вверху и внизу приставки по 6 пунктовъ; подъ показателемъ 2 приставка въ 16 пунктовъ; знакъ $\sqrt{\ }$ надо взять изъ № 24; первая часть формулы и знакъ $=$ должны стоять противъ верхней раздѣлительной линіи, слѣдовательно надъ ними надо помѣстить вставку въ 6 пунктовъ, а подъ ними въ 20 пунктовъ. Верхняя 1-ца во второй части должна быть противъ средины верхней раздѣлительной линіи. — Наборъ слѣдуетъ начать съ нижней линіи, какъ болѣе длинной, а именно: сперва набрать трехчленъ $1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2$; надъ нимъ помѣстить горизонтальную черту, служащую продолженіемъ знака $\sqrt{\ }$, а самый знакъ приставить слѣва; вверху всего этого помѣстить верхнюю раздѣлительную черту, а надъ нею 1-цу съ приставками по обѣимъ сторонамъ; затѣмъ, слѣва знакъ $=$ и первую часть съ соотвѣтствующими вставками. Видъ набора (представленный для большей ясности увеличеннымъ въ 2 раза) будетъ, слѣдовательно, такой:



Знакъ препинанія (;) отдѣленъ отъ формулы пробѣломъ въ 8 пунктовъ *). (По обѣимъ сторонамъ формулы будутъ приставлены квадраты, вверху и внизу шпоны, или т. под.).

---

*) Приведённымъ примѣромъ можно вполнѣ ограничиться, такъ какъ для случаевъ

§ 34. Относительно раздѣленія формулъ переносомъ надо соблюдать нижеслѣдующія правила, обязательныя при всякой печати, даже при сжатой или такъ-называемой *убористой*.

I, Если формулѣ, набираемой въ какой нибудь строкѣ, предшествуетъ въ той же строкѣ текстъ или другая формула, то её только тогда можно оставить въ той же строкѣ, когда она можетъ помѣститься въ ней вся, а не потребуетъ раздѣленія переносомъ. Если этого нельзя достигнуть даже нѣкоторымъ умѣреннымъ сжатіемъ набора, то строку надо закончить пробѣломъ, а формулу начать со слѣдующей строки. Тоже правило надо соблюдать относительно равенствъ, неравенствъ и т. п.: обѣ части ихъ, раздѣлённыя знакомъ $=$ или $>$ и т. п., надо разсматривать въ совокупности, какъ бы составляющія одну формулу.

II, Если формула представляетъ многочленъ или состоитъ изъ частей раздѣлённыхъ знакомъ равенства или неравенства и. т. п., и если этой формулой начинается строка и она не можетъ быть умѣщена вся въ одной строкѣ, даже при небольшомъ сжатіи ея набора*), то её надо раздѣлить переносомъ такъ, чтобы слѣдующая строка начиналась съ знака $+$, или $-$, или $=$ и т. п. Примѣрами подобныхъ переносовъ могутъ служить формулы (2) и (3) въ § 31 и формула (1) въ § 25. — Очевидно, что ни въ какомъ случаѣ не дозволительно разъединять показателя, изъ сколькихъ бы членовъ онъ не состоялъ, ибо тогда формула лишится всякаго смысла, и ни одинъ благоразумный авторъ не согласится на такое ея искаженіе; напримѣръ равенство

$$\int x^m(a+bx^n)^{\frac{p}{q}}dx = -\frac{q}{n}a^{\frac{m+1}{n}\,\vdots\,+\frac{p}{q}}\int\frac{z^{p+q-1}dz}{(z^q-b)^{\frac{m+1}{n}+\frac{p+q}{q}}}$$

не можетъ быть раздѣлено переносомъ (обозначеннымъ пунктиромъ) по знаку $+$, находящемуся между $a^{\frac{m+1}{n}}$ и $\frac{p}{q}$.

III, Разъединеніе множителей, переносомъ нѣкоторыхъ изъ нихъ на слѣдующую строку, допустимо лишь въ случаяхъ крайней необходимости.

болѣе сложныхъ, и вообще для могущихъ встрѣтиться различныхъ особенностей набора формулъ, были уже даны достаточныя указанія въ предъидущихъ §§.

*) Небольшимъ сжатіемъ набора формулы слѣдуетъ считать то, которое ограничивается вынутіемъ нѣкоторыхъ шпацій, замѣною $+$, $-$ и другихъ знаковъ такими же изъ болѣе узкаго шрифта, и не сопряжено съ измѣненіемъ шрифта литеръ; оно должно быть распредѣлено равномѣрно по всей формулѣ, а не сосредоточено лишь на нѣкоторыхъ ея частяхъ.

При такомъ переносѣ долженъ быть воспроизведенъ на слѣдующей строкѣ знакъ умноженія, и притомъ — не точка, а крестъ. Напримѣръ:

$$R = \frac{Gg\omega}{2\operatorname{tang}\varphi_0\left(1 + \tau\frac{\varphi_0 - \alpha}{\sin\varphi_0}\right)}$$
$$\times\left[1 + \frac{GM}{gH}\sec\varphi_0 - \frac{2L}{Gg}\left(\frac{2L}{Gg} - 1\right)\operatorname{tang}^2\varphi_0\right.$$
$$\left. - \left(\frac{2L}{Gg}\right)^2\left(\frac{2L}{Gg} - 1\right)^2\operatorname{tang}^4\varphi_0\right].$$

IV, Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, напримѣръ когда авторъ не согласится на то или другое раздѣленіе формулы переносомъ *), видоизмѣняютъ наборъ страницы, содержащей данную формулу, изъ поперечнаго въ продольный **).

Но иногда и такой наборъ (вдоль страницы), даже съ наибольшимъ возможнымъ сжатіемъ и замѣною шрифта болѣе мелкимъ, оказывается недостаточнымъ для избѣжанія недозволительнаго расчлененія формулы; притомъ, продольный наборъ нарушаетъ изящество печатаемой книги. Поэтому употребляютъ иногда другой способъ: набираютъ данную формулу, или всю страницу, не стѣсняясь *шириною полосы* ***), т. е. продолжаютъ строки на сколько потребуется за предѣлы границъ полосы. Если это расширеніе полосы не очень значительно (а именно такое, что по обѣимъ сторонамъ удлинённыхъ строкъ остаются свободныя поля, вполнѣ достаточныя для благонадёжной брошюровки и переплёта книги), то этимъ и ограничиваются, т. е. оставляютъ удлинённыя строки на соотвѣтствующихъ имъ мѣстахъ. Въ случаяхъ значительнаго расширенія полосы, страницу эту, одну или совмѣстно съ ея обратною, не включаютъ въ общее число полосъ печатаемаго листа, а печатаютъ отдѣльно, на $\frac{1}{8}$ или на $\frac{1}{4}$ листа и т. п., а затѣмъ, при брошюровкѣ книги, включаютъ, надлежащимъ образомъ сложенною, между соотвѣтствующими страницами, подобно тому какъ включаются страницы чертежей, таблицъ и т. п. — Такія вставныя

---

*) Во всѣхъ случаяхъ неувѣренности въ согласіи автора на предполагаемый наборщикомъ переносъ, выгоднѣе пріостановиться въ дальнѣйшемъ наборѣ и узнать предварительно согласенъ ли авторъ на то или другое расчлененіе формулы. Безъ этой предосторожности, не только произведённый наборъ формулы, но и нѣкоторая часть послѣдующаго или предшествовавшаго набора можетъ оказаться подлежащей разборкѣ и замѣнѣ новымъ наборомъ, напримѣръ болѣе мелкимъ или же по одному изъ ниже указанныхъ способовъ, или какимъ либо другимъ.

**) Такой пріёмъ употребляется Императорскою Академіею Наукъ въ ея «Mélanges mathématiques et astronomiques», издаваемыхъ въ несоотвѣтствующемъ ихъ содержанію маломъ форматѣ, in-8° въ 5 квадратовъ, и притомъ напечатаннымъ такимъ же крупнымъ шрифтомъ и такъ же разгонисто какъ если бы форматъ былъ in-4°.

***) *Полосою* называютъ въ типографіяхъ страницу набора. *Ширина полосы* равна длинѣ строки.

страницы могутъ быть включены въ общую *пагинацію* *), т. е. отмѣчены соотвѣтствующими имъ нумерами, или же могутъ быть не нумерованы; въ послѣднемъ случаѣ обозначаютъ на вставкѣ къ какой страницѣ она должна быть отнесена. Выборъ того или другого способа пагинаціи зависитъ отъ объёма вставокъ и отъ ихъ содержанія.

И вставнымъ страницамъ и набору вдоль страницы слѣдуетъ предпочесть *наборъ въ двѣ полосы*, т. е. такой чтобы каждая строка правой страницы составляла продолженіе соотвѣтствующей ей строки лѣвой страницы. При этомъ полезно увеличивать ширину полосъ на столько, чтобы прилежащіе къ корешку поля страницъ имѣли наименьшую ширину, допускаемую условіями правильнаго переплёта и удобства при чтеніи книги.

V, Переносъ части формулы на слѣдующую страницу (а въ особенности на чётную) дозволителенъ лишь тогда, когда и остающаяся и переносимая части состоятъ не изъ одной, а изъ нѣсколькихъ строкъ, каждая. Если же оставляемая часть состоитъ только изъ одной строки, а переносимая многострочна, то лучше закончить страницу пробѣломъ, а всю формулу перенести на слѣдующую страницу; въ случаѣ обратномъ, т. е. когда только одна строка формулы не помѣщается на страницѣ, надо сжать наборъ этой страницы на столько, чтобы въ неё могла быть включена и послѣдняя строка формулы **).

VI, Формула помѣщаемая на отдѣльной строкѣ, но не занимающая всей ея длины, должна быть *набрана въ красную строку* ***). Тоже правило надо соблюдать если на отдѣльной строкѣ помѣщено нѣсколько формулъ, раздѣлённыхъ знаками препинанія и не заполняющихъ всю длину строки. Пробѣлы между текстомъ и формулою, а также между двумя рядомъ помѣщёнными формулами и разъединяющею ихъ запятою, должны быть не менѣе 6 пунктовыхъ. Если нѣсколько формулъ, нераздѣлённыхъ текстомъ, должны быть помѣщены каждая въ отдѣльную строку, то самую длинную изъ нихъ *заключаютъ въ красную строку*, а остальныя выравниваютъ относительно къ ней по знакамъ $=$, $+$ или $-$ и т. п.

Если формулу разъединяютъ переносомъ только на двѣ части, то

---

*) *Пагинація* значитъ нумерованіе страницъ.

**) Сжатіе страницы на одну строку можетъ быть достигнуто сокращеніемъ числа шпацій, замѣною ихъ болѣе узкими, уменьшеніемъ толщины рязрядки на одинъ пунктъ и т. п. Въ затруднительныхъ случаяхъ можно начать сжатіе съ предъидущей страницы или даже еще ранѣе. — (Надо по возможности избѣгать сколько нибудь значительнаго уменьшенія толщины разрядки, такъ какъ неравномѣрность разрядки, при одномъ и томъ же шрифтѣ, непріятна для взыскательнаго глаза).

***) *Заключить въ красную строку* значитъ набрать строку такъ, чтобы она начиналась пробѣломъ и оканчивалась *такимъ же* пробѣломъ.

первая часть можетъ быть отнесена къ началу строки, а вторая къ концу слѣдующей строки, или же размѣщаютъ части такъ, чтобы пробѣлъ предшествующій началу формулы былъ такой же какъ и пробѣлъ въ концѣ второй строки формулы. Если же формула разъединяется переносами на три или болѣе строкъ, то вторая выравнивается относительно первой по знаку равенства или плюсамъ и т. п., а всѣ остальныя должны быть выравнены по второй строкѣ такъ, чтобы начальные ихъ знаки дѣйствій ($+$ или $-$ и т. п.) были на одной вертикальной линіи съ такимъ же начальнымъ знакомъ упомянутой второй строки; но правило это допускаетъ исключенія и иногда бываетъ удобнѣе расположить строки разъединённой формулы подобно тому, какъ сдѣлано въ примѣрѣ приведённомъ въ III пунктѣ этого параграфа.

§ 35. Вышесказанныя правила переноса должны быть соблюдаемы какъ при *широкомъ* наборѣ, такъ и при всякомъ другомъ*); но въ первомъ, предназначаемомъ для *разгонистой* математической печати, соблюдаютъ сверхъ того, чтобы всякое равенство, неравенство и т. п., за исключеніемъ (и то не всегда) самыхъ простыхъ, такихъ напр. какъ $a = b$, было заключено въ красную строку и лишь въ рѣдкихъ случаяхъ допускаютъ въ той же строкѣ нѣсколько словъ текста.

(Широкій математическій наборъ употребляется по преимуществу для академическихъ мемуаровъ, для капитальныхъ изданій трудовъ знаменитѣйшихъ математиковъ и для такихъ вообще сочиненій по разнымъ отдѣламъ высшаго математическаго анализа и его приложеній, которыя содержатъ множество сложныхъ и длинныхъ формулъ).

При такомъ наборѣ, и вообще при большомъ форматѣ математической книги, рядомъ стоящія буквы (входящія, слѣдовательно, въ составъ одного и того же члена формулы) должны быть раздѣлены двупунктовыми шпаціями, если не имѣютъ никакихъ надстрочныхъ или подстрочныхъ знаковъ.

---

*) Не всѣ эти правила соблюдаются въ нашихъ типографіяхъ; при *убористой* печати весьма нерѣдко неполныя формулы помѣщаютъ въ одной строкѣ съ текстомъ, а этого отступленія отъ пункта I вышеприведённыхъ правилъ не слѣдовало бы допускать.

X. ФОРМАТЪ И ШРИФТЫ.

§ 36. **Выборъ формата и шрифтовъ для математической книги.** — § 37. **Математическая касса.**

§ 36. При выборѣ формата и шрифта для предназначенной къ изданію книги всегда болѣе или менѣе руководствуются соображеніями о ея удобочитаемости, т. е. о ясности печати; для достиженія ея авторы и издатели не рѣдко бываютъ вынуждены жертвовать экономическими и другими своими интересами. Если ясность печати столь важна для книгъ вообще, то для математическихъ формулъ она получаетъ уже первенствующее значеніе, становится какъ бы роковою необходимостью; между тѣмъ, удовлетворить требованію ясности несравненно труднѣе въ математической печати чѣмъ въ какой либо другой.

Но не всѣ математическія формулы одинаково сложны. Затрудненія, встрѣчаемыя при наборѣ формулъ низшей математики, могутъ быть названы ничтожными, въ сравненіи съ тѣми какія надо преодолѣть при наборѣ многочисленныхъ формулъ высшаго анализа. Различіе въ этомъ отношеніи бываетъ такъ велико, что при изданіяхъ учебниковъ ариѳметики, начальной алгебры, геометріи и вообще книгъ содержащихъ формулы только низшей математики, почти всегда достаточно соображаться лишь съ требованіями педагогическими, т. е. — чтобы форматъ былъ in-8°, шрифтъ круглый и не мелкій, наборъ не сжатый и съ надлежащею разрядкою, бумага достаточно плотная и непрозрачная и т. под. Но для книгъ испещрённыхъ формулами высшаго анализа почти всегда приходится обращать преимущественное вниманіе на другого рода условія, удовлетвореніе которымъ представляетъ наибольшую трудность — на требованія, предъявляемыя наукою относительно правильности и отчетливости выраженія ея формулъ. Практика указала тѣ общія правила, которыми надо руководствоваться во всѣхъ случаяхъ математической печати для удобнѣйшаго выполненія этихъ научныхъ требованій. А именно:

Въ короткой строкѣ, содержащей напримѣръ менѣе 40 буквъ, многія формулы не будутъ умѣщаться и ихъ придётся раздроблять переносами, которыхъ надо по возможности избѣгать, ибо они не только излишне растягиваютъ формулы и увеличиваютъ объёмъ книги, но и требуютъ соблюденія особыхъ условій, не всегда удобоисполнимыхъ и потому затрудняющихъ наборщика. Въ строкѣ хорошо изданныхъ книгъ высшаго математическаго содержанія умѣщается по большей части отъ 45 до 90 буквъ *главнаго шрифта* *).

Формулы занимаютъ почти всегда значительно болѣе мѣста по толщинѣ строки, чѣмъ текстъ, и часто бываютъ «многоэтажныя»; это обстоятельство затрудняетъ помѣщеніе ихъ въ одной строкѣ съ текстомъ, не увеличивая разстояній этой строки отъ прилежащихъ къ ней, а нарушеніе равенства разстояній между строками *текста* считается въ хорошей математической печати неизяществомъ. Поэтому надо избирать такой шрифтъ для текста и такую разрядку, чтобъ было возможно не длинныя и не очень сложныя формулы помѣщать на ряду съ текстомъ, не раздвигая строкъ за предѣлы принятой разрядки. Въ лучшихъ изданіяхъ математическихъ книгъ толщина просвѣта, т. е. промежутокъ между строками *текста* **), имѣетъ отъ 10 до 14 пунктовъ.

Изъ всего этого и изъ непригодности мелкаго шрифта для главныхъ литеръ математическаго набора слѣдуетъ, что для книгъ высшей математики удобны только форматы in-8° и in-4°. Меньшіе форматы являются лишь какъ исключеніе въ нѣкоторыхъ справочныхъ и однородныхъ съ ними книжкахъ, печатаніе которыхъ оказывается иногда крайне затруднительнымъ даже для такихъ типографій, которыя обладаютъ широкими средствами для математическаго набора ***).

При форматѣ in-8° ширина полосы — или, что тоже самое, длина строки — бываетъ обыкновенно отъ 5 до $6\frac{1}{2}$ квадратовъ, а при in-4° отъ 7 до $8\frac{1}{2}$ квадратовъ; но иногда математическія книги (рѣдкія капитальныя изданія) имѣютъ по $10\frac{1}{2}$ квадратовъ и даже еще болѣе въ ширинѣ полосы,

---

*) Главный шрифтъ тотъ, которымъ напечатанъ текстъ. Въ примѣчаніяхъ, и вообще въ мелкомъ шрифтѣ, число умѣщающихся буквъ въ строкѣ оказывается ещё по крайней мѣрѣ на 25 процентовъ болѣе, т. е. отъ 56 до 110.

**) Разстояніе же между строками *формулъ* зависитъ отъ разныхъ условій, о которыхъ было сказано въ предъидущихъ главахъ, и иногда строки эти набираютъ безо всякой разрядки.

***) Попытки изданій математическихъ книгъ малаго формата почти никогда не бываютъ удачны. Въ концѣ двадцатыхъ и началѣ тридцатыхъ годовъ, нашъ бывшій академикъ *Д. М. Перевощиковъ* издалъ «Ручную Математическую Енциклопедію» въ форматѣ in-16° въ $3\frac{1}{2}$ квадрата и въ 25 строкъ шрифта № 8. Напечатана она весьма удовлетворительно, но, по объёму содержимаго въ ней, могла бы вмѣститься въ пяти или шести книгахъ обыкновеннаго in-8°, а между тѣмъ растянулась на тринадцать неудобныхъ томиковъ и въ ней встрѣчаются формулы, въ сущности простыя и не длинныя, занимающія по двѣ и даже болѣе страницъ. Кромѣ неудобства перевёртыванія многихъ страницъ для обозрѣнія какого нибудь одного не сложнаго вывода, самый форматъ томиковъ этой «Енциклопедіи», получающихъ въ переплётѣ видъ почти полукубиковъ, затрудняетъ пользованіе ею.

и хотя ихъ форматъ всё таки in-4°, но это уже такой большой in-4°, что его можно бы назвать *почти in 2°*. Отношеніе длины полосы къ ея ширинѣ, при обыкновенныхъ форматахъ in-8°, бываетъ приблизительно какъ 17 къ 10 или какъ 16 къ 10; но съ увеличеніемъ формата оно уменьшается, такъ что при весьма большихъ in-4° не превышаетъ 13 : 10. Соотвѣтствующее такимъ отношеніямъ число строкъ текста, умѣщающихся на страницѣ главнаго шрифта, бываетъ различное и зависитъ отъ кегля избраннаго шрифта и отъ принятой разрядки; почти никогда оно не превышаетъ 60 и не бываетъ менѣе 30.

Для главнаго шрифта не удобенъ тотъ, котораго кегль менѣе № 10 и рѣдко бываетъ крупнѣе № 14 или даже № 12. Для вспомогательнаго мелкаго шрифта всего удобнѣе № 8, но употребляютъ и № 9 и № 7, и даже (хотя весьма рѣдко) № 6.

Что касается *математическихъ литеръ*, т. е. шрифтовъ для набора формулъ, то почти для каждой книги высшаго математическаго содержанія ихъ требуется не малое количество латинскихъ и греческихъ разныхъ величинъ и, сверхъ того, для нѣкоторыхъ книгъ готическія прописныя, а иногда и готическія строчныя. Изъ латинскихъ литеръ требуются въ наибольшемъ числѣ курсивныя строчныя, затѣмъ прописныя прямыя и курсивныя, а также и капительныя, а въ небольшомъ количествѣ — для нѣкоторыхъ исключительныхъ случаевъ — прямыя строчныя и жирныя (прописныя и строчныя). Наивыгоднѣйшее соотношеніе кеглей въ такомъ подборѣ шрифтовъ: № 12 или № 10 для главнаго шрифта и № 8 для вспомогательнаго (для формулъ въ мелкомъ шрифтѣ текста, для показателей, для сжатаго набора сложныхъ формулъ и т. п.); сверхъ того надо имѣть небольшое число цыфръ и буквъ № 6 или № 7 для второго вспомогательнаго шрифта (для надстрочныхъ и подстрочныхъ знаковъ въ петитовыхъ формулахъ и т. п.), а также петитовыя полукегельныя цыфры и буквы (полукегельныя *цыфры-числители* и подобнымъ же образомъ отлитыя *буквы*) и—что часто доставляетъ большія выгоды — литеры имѣющія *нонпарелевое очко на петитовомъ полукеглѣ.* Еще болѣе требуется разнообразія символическихъ литеръ; напр. дли знаковъ $\int$, Σ, S, а иногда для П, $\mathfrak{L}$ и нѣкоторыхъ другихъ, употребляютъ литеры отъ имѣющихъ очко въ 6 пунктовъ и до № 48 и даже ещё бо̀льшихъ *). — При мелкихъ шрифтахъ надстроч-

*) Знакъ интеграла весьма мелкаго шрифта встрѣчается по преимуществу въ такихъ формулахъ, въ которыхъ интегралъ входитъ въ выраженіе показателя, напримѣръ

$$y = e^{-\int P dx}\left(\int Q e^{\int P dx} dx + C\right).$$

ныхъ и другихъ сжатыхъ формулъ цыфры общепринятаго у насъ типа, имѣющія очко крупнѣе строчныхъ буквъ того же шрифта, пестрятъ формулу и вообще неудобны для такого предназначенія, а потому полезно имѣть для подобнаго рода формулъ небольшой запасъ цыфръ французскаго типа такого же нумера кегля.

§ 37. Разнообразіе литеръ и знаковъ, потребныхъ для математическаго набора, вынуждаетъ типографіи, въ кругъ обычныхъ работъ которыхъ входитъ печатаніе сочиненій по высшей математикѣ и ея различнымъ приложеніямъ, имѣть для формулъ особыя *математическія кассы.* При отсутствіи такихъ кассъ наборщикъ долженъ выбирать литеры и знаки изъ разныхъ шрифткассъ; это крайне замедляетъ работу и притомъ весьма убыточно для типографіи, такъ какъ нарушаетъ правильную сортировку матерьяла и обращаетъ не малую его часть въ такъ называемую *сыпь.* Въ первой части превосходнаго «Руководства для типографщиковъ», изданной въ 1874 году Товариществомъ «Общественная Польза», помѣщенъ планъ математической кассы, содержащей почти всё наиболѣе необходимое для набора самыхъ разнообразныхъ формулъ.

Размѣръ кассы предположенъ такой же какъ и обыкновенной наборной: ширина 23 вершка, вышина $15^1/_2$, глубина $1^1/_4$. Она расчитана на кегли № 12 и № 8, представляющіе наибольшія удобства въ математическомъ наборѣ. Цыфры на верхней и нижней линіяхъ для кегля № 12 имѣютъ очко петитовое, а для кегля № 8 болѣе мелкое (слѣдовательно — нонпарелевое); такое же очко должны имѣть буквы на верхней и нижней линіяхъ тѣхъ же кеглей (для этихъ буквъ предназначены запасные ящики пятаго ряда кассы; согласно сказанному въ § 18, выгодно нѣкоторую часть этихъ буквъ, а также и цыфръ, имѣть отлитую на полукеглѣ).

Если для главнаго шрифта будетъ избранъ не № 12, а какой нибудь другой, напримѣръ № 10, то и тогда для вспомогательнаго шрифта надо оставить тотъ же № 8 и такое же очко для цыфръ и буквъ на верхней и нижней линіяхъ; при этомъ потребуются нѣкоторыя измѣненія математической кассы, но планъ ея останется въ сущности тотъ же и слѣдовательно изготовка другой такой же кассы не представитъ большихъ затрудненій.

Въ этой кассѣ, рисунокъ которой представляетъ копію помѣщённаго въ упомянутомъ «Руководствѣ для типографщиковъ», недостаётъ буквъ j и w, которыя

Въ хорошихъ изданіяхъ математическихъ книгъ стараются въ настоящее время избѣгать знаковъ интеграла крупнѣе № 24, но и въ нихъ иногда встрѣчаются № 36 и № 48. Знакъ интеграла и другіе символы превосходящіе эти размѣры (подобные напримѣръ № 110 въ формулѣ $\int \frac{dx}{\sin x}$, приведённой въ § 32) должны быть причислены къ невыдерживающимъ критики излишествамъ.

α	β	γ	δ	ε	ζ	η	ϑ	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω
α	β	γ	δ	ε	ζ	η	ϑ	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*k*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*v*	*x*	*y*	*z*
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*k*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*v*	*x*	*y*	*z*
За	пас	ны	е л	щи	ки	для	кур	сив	ны	хъ	бук	въ	на в	ерх	ней	и н	иж	ней	ли	ні	ях	ъ	
Зна	ки □	на ′	кег ″	ль ‴	пе ○	титъ —		+		=		√	√	1 Ке	2 глъ	3 12	4 на	5 вер	6 хне	7 й л	8 ин	9 іи	0
Зна	ки □	на ′	кег ″	ль ‴	ци ○	церо —		+		=		√	√	Ке 1	глъ 2	12 3	на 4	ни 5	жн ˋ 6	ей 7	ли 8	ніи 9	0
На +	кег =	ль 8 —	Ост 6 п.	рыя сис 8 п.		темат 10 п.		ическія 12 п.		линейки 14 п.		въ 16 п.		1 Ке	2 глъ	3 8	4 на	5 вер	6 хн	7 ей	8 ли	9 ніи	0
На +	кег =	ль12 —	18 п.	20 п.		22 п.		24 п.		36 п.		48 п.		Ке 1	глъ 2	8 3	на 4	ниж 5	ней 6	ли 7	ні 8	и 9	0
№ [	18 (	№12 [	Цѣльн. остр. лин.		№12 сред .	на кегл ,	Зн ∫	ак .	и и ,	про —	бѣ +	лы =	ке 1 п.	гл 2 п.	я 4 п.	№ $1/2$ кругл		18 кругл.		$1/2$ кв.		квадр.	
№12 (	№ [	8 (			Под 6 п.	лож 8 п.	ка $1/4$ кв	въ 3 пунк $1/2$ кв.		та длиною квадр.		П 1 п.	ро 2 п.	бѣ 3 п.	лы 4 п.	на кругл.		кегль $1/2$ квадр.		8 п. квадр.		Реглеты въ 3 пункт.	

однако часто встрѣчаются въ формулахъ высшаго анализа, а j оказывается даже одною изъ господствующихъ въ тѣхъ книгахъ, гдѣ имѣютъ мѣсто такъ-называемыя *кватерніонныя единицы* (i, j, k); для помѣщенія j и w можно изъять изъ кассы греческій ο, почти ни въ какихъ формулахъ не встрѣчающійся, а также латинское o, имѣющее мѣсто только въ геометрическихъ формулахъ и на чертежахъ и притомъ почти всегда прописное; для этой буквы (o) имѣется достаточный запасъ въ шрифткассѣ, служащей для набора текста данной математической книги. — Нѣтъ въ этой кассѣ прописныхъ буквъ, но для математическаго набора ихъ требуется весьма не много, сравнительно со строчными; ихъ можно размѣстить въ ящикахъ шрифткассы (и конечно только тѣ, которыхъ нѣтъ въ русскомъ алфавитѣ, какъ то: D, F, G, J, L, N, Q, R, S, V, W, Z; Δ, Υ, Λ, Ξ, Σ, Ψ, Ω, Z). Но вообще говоря, при всѣхъ достоинствахъ этой математической кассы, она недостаточно просторна, ибо имѣетъ только одинъ рядъ запасныхъ ящиковъ (пятый) для всѣхъ литеръ на верхней и нижней линіяхъ и для всего, что будетъ необходимо для ея пополненія по указаніямъ опыта и особенностямъ того или другого математическаго набора. (Къ запаснымъ ящикамъ можно присоединить по два лѣвыхъ шестого и седьмого ряда, изъ которыхъ первымъ съ лѣвой стороны не дано никакого предназначенія, а вторые могутъ быть освобождены отъ малоупотребительнаго, и потому потребнаго лишь въ небольшомъ числѣ, знака □). Расширеніе математической кассы конечно весьма желательно, но неудобовыполнимо.

Приложеніе I.

КАЛЕНДАРНЫЕ ЗНАКИ.

Знаки употребляемые въ астрономическихъ сочиненіяхъ называются *календарными,* такъ какъ ими пользуются въ астрономическомъ отдѣлѣ календарей. Эти знаки слѣдующіе:

1) **Знаки солнца, планетъ и луны:**

⊙ Солнце, ☿ Меркурій, ♀ Венера, ♁ Земля, ♂ Марсъ.
♃ Юпитеръ, ♄ Сатурнъ, ♅ Уранъ, ♆ Нептунъ, ☾ Луна.

Дни недѣли, начиная съ воскресенья, обозначаются иногда этими же знаками Солнца, Луны, Марса, Меркурія, Юпитера, Венеры и Сатурна.

Для малыхъ планетъ *(астероидовъ)* употреблялись прежде особые знаки:

⚳ Церера, ⚴ Паллада, ⚵ Юнона, ⚶ Веста, ⚷ Астрея и т. д.

но открытіе множества этихъ планетъ (нынѣ ихъ извѣстно болѣе 300) вынудило отказаться отъ такого способа ихъ изображенія, а обозначать нумерами, по порядку открытія, а именно такъ: ① Церера, ② Паллада, ③ Юнона и т. д.

2) **Знаки лунныхъ фазъ:**

● Новолуніе, ☽ Первая четверть, 🌕 Полнолуніе, ☾ Послѣдняя четверть.

3) **Знаки Зодіака** (а также и **мѣсяцевъ**).

♈ Овенъ (мартъ) ♉ Телецъ (апрѣль), ♊ Близнецы (май),
♋ Ракъ (іюнь), ♌ Левъ (іюль), ♍ Дѣва (августъ),
♎ Вѣсы (сентябрь), ♏ Скорпіонъ (октябрь), ♐ Стрѣлецъ (ноябрь),
♑ Козерогъ (декабрь), ♒ Водолей (январь), ♓ Рыбы (февраль).

Знаки Овна и Вѣсовъ служатъ также для обозначенія точекъ весенняго равноденствія (♈) и осенняго (♎), а знаки Рака и Козерога для означенія лѣтняго (♋) и зимняго (♑) солнцестояній.

4) **Прямое восхожденіе** (Ascensio Recta) солнца, планеты или другого небеснаго тѣла обозначаютъ чрезъ Æ, напр. Æ ⊙ — прямое восхожденіе Солнца, Æ ∗ — прямое восхожденіе звѣзды, и т. п.

5) **Знаки лунныхъ узловъ:**

☊ — восходящій узелъ, ☋ — нисходящій узелъ.

6) **Соединеніе** двухъ свѣтилъ изображается знакомъ ☌, **противостояніе** — знаковъ ☍. **Разстояніе** (aspect) въ 60 градусовъ (sextile) изображаютъ иногда знакомъ ⚹, **четвертной аспектъ** или разстояніе въ 90 градусовъ (quartile) — □, **третной аспектъ** или разстояніе въ 120 градусовъ (trine) — △.

Календарные знаки встрѣчаются иногда въ математическихъ формулахъ. Напримѣръ:

$$\eta = Q\sin(mt\sqrt{3\gamma} + F) + 1151' \times \gamma \sin ☾ - 11' \cdot 15 \frac{\gamma}{0{\cdot}001865 - \gamma} \sin \odot,$$

$$A\frac{dp}{dt} + (C - B)qr = \frac{3fM(C-B)}{r_1^3} \sin(\nu + \psi - \varphi)\left[\theta \sin(\nu + \psi) + i \sin(\nu - ☊)\right],$$

$$\theta'' = \theta + i\cos ☊ - at(i\sin ☊) + \tfrac{1}{2}(i\sin ☊)^2 \cot \theta_1,$$

$$19\sin 2 ☾ + 9\sin 2 \odot - 4\sin ☊' = \lambda_1 \cos L_1,$$

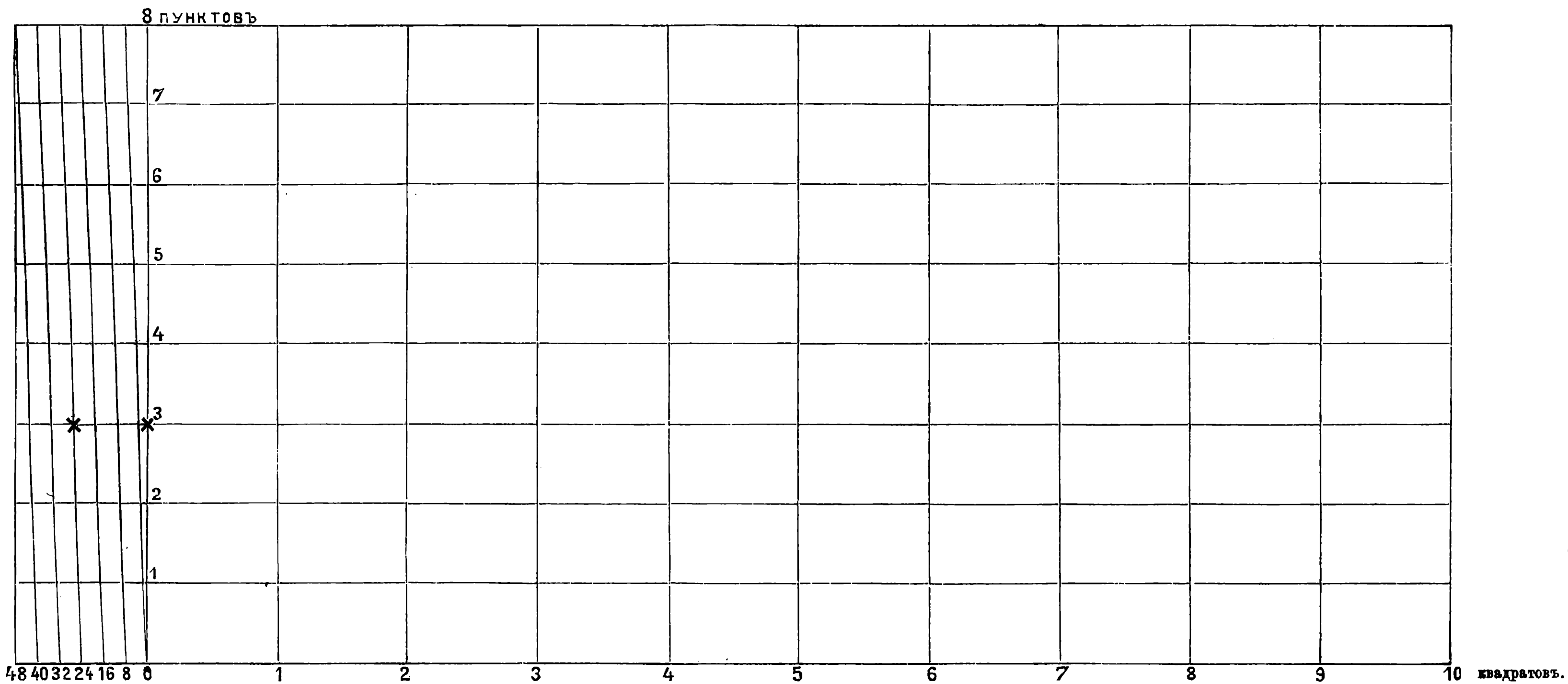
$$♁ = \mathfrak{M}^{♁} + \left(\mathfrak{M}^{☾} - \mathfrak{M}^{♁}\right)v_1 + \left(\mathfrak{M}^{\odot} - \mathfrak{M}^{♁}\right)v_{11},$$

$$\frac{1}{m} = \frac{\mathfrak{M}\odot}{♁ + ☾} = 354689{\cdot}16314, \quad \text{и т. под.}^{*}).$$

---

*) Первыя четыре формулы заимствованы изъ «Traité de mécanique céleste par F. Tisserand», tom. II, pag. 454, 448, 437 et 420, а послѣднія двѣ изъ «Mélanges mathématiques et astronomiques, tirés du Bulletin physico-mathématiques de l'Académie Impériale des sciences de St.-Pétersbourg», tom. II, pag. 310, 312.

ТИПОГРАФСКІЙ МАСШТАБЪ.



1 квадратъ = 48 пунктамъ.
1 пунктъ = $^1/_{27}$ сантиметра.

{Крестиками обозначены крайнія точки длины сантиметра.}